

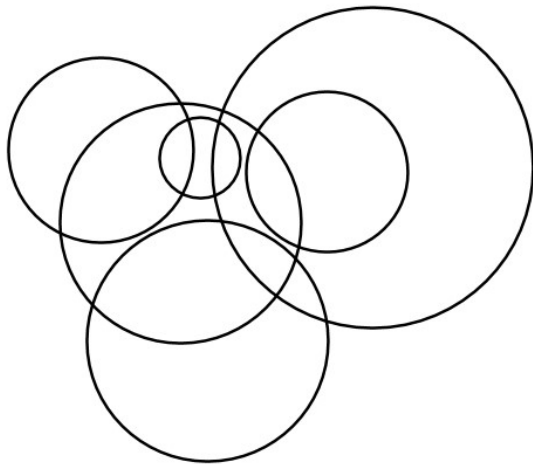
# Школьный этап ВсОШ 2023/24, математика, 10 класс

8:00—22:00 20 окт 2023 г.

## № 1

1 балл

На пробковой доске Саша хочет разместить 6 бумажных кругов так, чтобы они располагались, как на схеме ниже.



Саша хочет прикрепить круги к доске с помощью канцелярских кнопок, причём он хочет, чтобы каждый круг был прикреплён хотя бы тремя кнопками. Какое наименьшее количество кнопок ему для этого понадобится?

Число

## № 2

1 балл

На доске написано число 6. За одну операцию разрешается число  $n$  заменить либо на число  $n - 4$ , либо на число  $n^2$ . Какие из следующих чисел можно получить через несколько операций?

☐ −2002

☐ −32

☐ 41

☐ 500

☐ 2002

№ 3

1 балл

Семь школьников, среди которых Аня, Боря, Юля и Ян, играли в пинг-понг. Каждый школьник сыграл с каждым другим ровно один раз. Аня и Боря выиграли по пять раз каждый. Какое наибольшее количество побед суммарно могли одержать Юля и Ян?

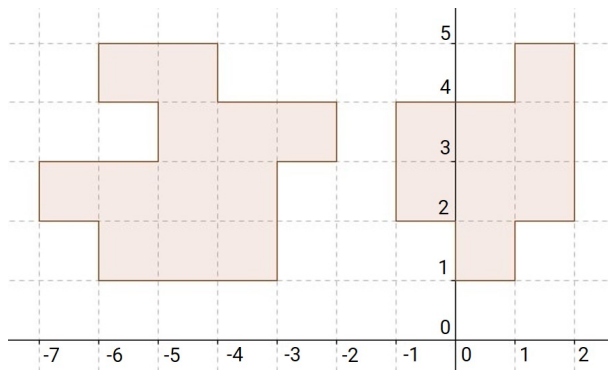
Число

№ 4

1 балл

Назовём многоугольник, нарисованный на координатной плоскости, *клетчатым*, если каждая его сторона которого лежит на прямой вида  $x = k$  для некоторого целого  $k$  или  $y = k$  для некоторого целого  $k$ .

Примеры клетчатых многоугольников на картинке ниже:



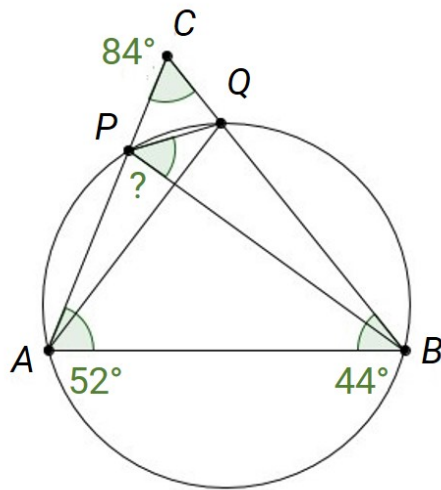
Окружность  $x^2 + y^2 = 103$  оказалась целиком внутри клетчатого многоугольника  $P$ . Какое наименьшее значение может принимать периметр многоугольника  $P$ ?

Число или дробь

№ 5

1 балл

В треугольнике  $ABC$  известны величины углов:  $\angle A = 52^\circ$ ,  $\angle B = 44^\circ$ ,  $\angle C = 84^\circ$ . Окружность, проходящая через точки  $A$  и  $B$ , повторно пересекает отрезки  $AC$  и  $BC$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Оказалось, что сумма  $AQ + BP$  принимает наименьшее возможное значение. Чему равен угол  $\angle BPQ$ ? Ответ выразите в градусах.



Число

**№ 6**

1 балл

На доске записаны несколько попарно различных натуральных чисел. Рома вычислил произведение двух наименьших чисел и получил **49**. Затем он вычислил произведение двух самых больших чисел и получил **2652**. Чему может быть равна сумма всех чисел на доске? Укажите все возможные ответы.

Число



**№ 7**

1 балл

Квадратные трёхчлены  $P(x)$  и  $Q(x)$  таковы, что  $P(x) \leq Q(x)$  тогда и только тогда, когда  $6 \leq x \leq 9$ . Известно, что  $P(0) - Q(0) = 243$ . Чему равно  $P(1) - Q(1)$ ?

Число или дробь

**№ 8**

1 балл

Яна придумала пятизначное число, и Тимофей хочет его угадать. За один вопрос Тимофей может назвать пятизначное число, и Яна скажет, сколько в нём верных цифр, т.е. цифр, которые тоже присутствуют в числе Яны, причём на том же самом месте, что и в числе Тимофея. Яна сказала, что в предложенном Тимофеем числе **20489** верны две цифры, а в числе **15673** — три. Тимофей выписал все пятизначные числа, подходящие под ответы Яны. Чему равна сумма чисел, выписанных Тимофеем?

Число