Всероссийская олимпиада школьников | Региональный этап

ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	9
ШИФР	М-9-34		

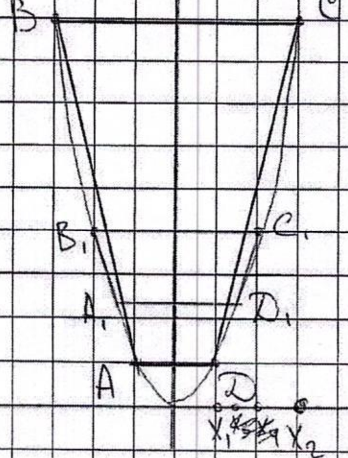
ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР № 1

Заполняется членами жюри
Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	Всего
критерии оценивания	7	7	7	7	7	35
баллы	7	7	~~С.А.~~ 4	~~Х~~ 0	~~Х~~ 0	18
подписи членов жюри	А.А.	А.А. И.Ч.	С.М. С.М.Б.	А.А.	И.Ч.	

ЗАДАЧА № 9 . 2	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-9-34 ШИФР (заполняется оргкомитетом)



Обозначим точку пересечения диагоналей произвольного ~~кор-ля~~ тр-ии за y_n, координаты $A(-x_1; x_1^2)$, $B(-x_2; x_2^2)$, $C(x_2; x_2^2)$, $D(x_1; x_1^2)$

тогда $\triangle A y_n D \sim \triangle B y_n C$, $k = \frac{2x_1}{2x_2} = \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle A y_n D}}{S_{\triangle B y_n C}} = \frac{x_1^2}{x_2^2} =$

коэффициент подобия

$= \frac{x_1 \cdot (y_n - x_1^2)}{x_2 \cdot (x_2^2 - y_n)} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_n - x_1^2}{x_2^2 - y_n} \Rightarrow x_1(x_2^2 - y_n) = x_2(y_n - x_1^2)$

$x_1 x_2^2 - y_n x_1 = x_2 y_n - x_2 x_1^2$

$x_1 x_2 (x_2 + x_1) = y_n (x_2 + x_1)$

$y_n = x_1 x_2$

$\Downarrow$

y_n для произвольного тр-ии зависит от k

$\Downarrow$

проходит через одну точку, т.к. k равны

7б.

ЗАДАЧА № 9 . 1

ЛИСТ 1 ИЗ 1

(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)

М-9-34

ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Предположим, что может. Тогда пусть самый большой прямоугольник, используемый для составления квадрата имеет размеры $1 \cdot x$. Понятно, что тогда сторона получившегося квадрата будет иметь длину $\geqslant x \Rightarrow S_{кв.} \geqslant x^2$, тогда остальными (более маленькими) прямоугольниками он должен „набрать" площадь $\geqslant x^2 - x$ (площадь всего квадрата минус взятый пр-ник)

Заметим, что наибольшая площадь, которую Олег может „набрать" - это когда используются все пр-ки, которые меньше x. Их суммарную площадь нетрудно посчитать - это $\frac{x^2-x}{2}$, что меньше $x^2 - x$ при $x > 1$ (по условию $x > 1$, т.к. площадь получившегося квадрата > 1) $\Rightarrow$ это невозможно

Ответ: нет, не может

75

ЗАДАЧА № 9 . 3	ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-9-34 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Рассмотрим, что может происходить в течение игры по ответам жителей.

($Р_А$ - рыцари из команды А
$Р_В$ - рыцарь из команды В
$Л_А$ - лжец из команды А
$Л_В$ - лжец из команды В)

$Р_А$ ~~сказал~~ говорит правду => он проиграл $Л_В$ и сразу выбыл, т. к. такие правила +

$Л_А$ ~~соврал~~ лжёт => он не проигрывал лжецу => может быть 2 ситуации: 1. $Л_А$ проиграл $Р_В$ и выбыл
2. он вообще никому не проигрывал

дошла очередь => выигр.
не дошла очередь.

2-ая ситуация может быть только в одном случае, когда лжец в команде А всего один, он играл последнюю партию и одержал победу => команда А выиграла −

1

$Р_В$ говорит правду => он выиграл ≥ 2 $Р_А$

$Л_В$ лжёт => он выиграл либо 0, либо одного $Р_А$

ЗАДАЧА № 9. 3	ЛИСТ 2 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-9-34 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

2б. √ Поймём, что при наличии P_B возникает противорение, т. к. ~~то~~ каждому P_B должны были проигрывать P_A, а P_A мог проиграть только один раз и проигравал каждый из них $Л_B$ (по их словам) => P_B нет => 1-ой ситуации у $Л_A$ быть не могло => возможна только ситуация г

Заметим, что если играют P_A и $Л_B$, то P_A может победить сколько угодно $Л_B$, но если $Л_B$ победил P_A, то на следующем ходу он должен выбыть, т. к. P_A он больше победить не может (максимум одного) + и $Л_A$ тоже, т. к. ~~он~~ $Л_A$ может только выиграть кого-то. – => на одного $Л_B$ приходится максимум один P_A +

1) либо
2) него не играть

2б. Теперь вспомним, что в команде А игроков больше, чем в команде В, но на каждого $Л_B$ приходится max один P_A, ~~а~~ P_B у нас нет, то для выполнения условия должен быть хотя бы один $Л_A$ + => команда А победила. г

ЗАДАЧА № 9 . 3	ЛИСТ 3 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-9-34 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Пример, как такое могло быть:

играть начинают $Л_В$ и $Р_А$, сначала побеждает $Л_В$, на следующем ходу он проигрывает другому $Р_А$, потом такая конструкция может повториться несколько раз (в каждой конструкции выбывает поровну (по одному $Р_А$ и $Л_В$)), а в конце $Л_В$ выигрывает $Р_А$ ~~игна след~~ (тут выбывает ещё один $Р_А$), и его заменяет $Л_А$ и выигрывает $Л_В$ (тут снова поровну $Л_В$ и $Р_А$, но в команде А есть один $Л_А$ ⇒ ⇒ у них в команде игроков больше, чем в В)

Ответ: команда А

1/6.

① Нет. В первой команде могло быть любое число рыцарей.

② Непонятный вывод. Вывод о победе команды А был сделан из неверного утверждения (см. пункт ①)

Всероссийская олимпиада школьников | Региональный этап

ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	9
ШИФР	М-9-2-34		

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР № 2

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	6	7	8	9	10	Всего
критерии оценивания	7	7	7	7	7	35
баллы	5	7	0	X	X	
подписи членов жюри	С.А. И.Ч.	С.М.Б.		С.М.Б.	С.М.Б.	

ЗАДАЧА № 9. 6	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-9-2-34 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

~~Без ограничения общности скажем~~

Пусть на доске были записаны числа

a, b, c, d, e, f, g

Тогда, без ограничения общности скажем, что

1. $a(b+c+d+e+f+g) = b(a+c+d+e+f+g)$

$\cancel{ab}+a(c+d+e+f+g) = \cancel{ba}+b(c+d+e+f+g)$

$(a-b)(c+d+e+f+g)=0$ (1)

т.к. $a \neq b \Rightarrow c+d+e+f+g=0$

2. $c(a+b+d+e+f+g)=d(a+b+c+e+f+g)$

$\cancel{cd}+c(a+b+e+f+g)=\cancel{da}+d(a+b+e+f+g)$

$(c-d)(a+b+e+f+g)=0$

$c \neq d \Rightarrow a+b+e+f+g=0$ (2)

3. $e(a+b+c+d+f+g)= f(a+b+c+d+e+g)$

$(e-f)(a+b+c+d+g)=0$

$e \neq f \Rightarrow a+b+c+d+g=0$ (3)

$(1)+(2)+(3) \Rightarrow 2(a+b+c+d+e+f+g)+g=0$

т.к. $a+b+c+d+e+f$ +g $=10 \Rightarrow g=-20$

Ответ: -20

Нет док-ва того, что в тетради три числа встречаются по два раза. 7-2б = 5б.

ЗАДАЧА № 9 . 7 | ЛИСТ 1 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно) | М-9-2-34 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Пусть тараканы начинают путь против часовой стрелки

Рассмотрим, как движется медленный таракан:

1. бежит против часовой стрелки, его догоняет быстрый
2. его догнал быстрый (они встретились), он развернулся
3. бежит по часовой стрелке, навстречу быстрому
4. встретились лицом к лицу с быстрым (быстрый развернулся)
5. продолжает бежать по часовой стрелке, его догоняет быстрый
6. его догнал быстрый, он развернулся
7. бежит против часовой стрелки, навстречу быстрому
8. встретился лицом к лицу с быстрым (быстрый развернулся)

Назовём это циклом, т.к. ясно, что он будет всё время повторяться, т.е. после первого повторения цикла снова выполнится первое действие, описанное выше, а следующее действие зависит от предыдущего. ✓

ЗАДАЧА № 9.7	ЛИСТ 2 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-9-2-34 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Заметим, что за цикл происходит 4 встречи.

Теперь посмотрим на какое расстояние перемещаеся таракан за один цикл. Т.к. скорости у тараканов не меняются, за время, пока медленного догоняет быстрый, каждый из них всегда будет проходить равное расстояние, вне зависимости от места встречи и направления тараконов. ~~(догоняет – бежит в ту же сторону, что и медленный)~~

Аналогично с ситуацией, когда они бегут на встречу друг к другу, куда и в какую сторону они бы не бежали, всегда будут проходить равное расстояние. ✓

Теперь заметим, что за цикл медленного один раз догоняют, пока он бежит по часовой и один раз против, один раз, когда они бегут на встречу и медленный бежит по часовой стрелке и один раз, когда он бежит против. Это значит, что он пробегает равное расстояние сначала в одну сторону, а потом в обратную ✓ ⇒ воз-

ЗАДАЧА № 9. 7	ЛИСТ 3 ИЗ 3 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	М-9-2-34 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

вращается в точку начала => по истечении одного цикла (т.е. четырёх встреч) он возвращается в стартовую точку => каждая четвёртая встреча будет в точке старта.

Т.к. 100 нацело делится на 4, пройдёт целое кол-во циклов, а значит сотая встреча будет в стартовой точке. (отмеченной точке)

Ответ: на расстоянии 0, т.е. в этой точке

7б.

ЗАДАЧА № 9.8	ЛИСТ 1 ИЗ 1 (листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	м-9-2-34 ШИФР (заполняется оргкомитетом)

Необходимо доказать, что точка пересечения медиан лежит на биссектриссе, проведённой из угла, образованного прямыми XQ и YP

0б.