

XVI МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

1 февраля 2024 г.

8 класс

Второй день

6. Найдутся ли такие 15 идущих подряд целых чисел, что сумма четырех наименьших из них равна сумме одиннадцати остальных?
7. Петя утверждает, что он написал 10 подряд идущих натуральных чисел, и оказалось, что среди всех цифр, используемых в этих числах, каждая цифра (от 0 до 9) встречается одно и то же количество раз. Могли ли слова Пети оказаться правдой?
8. По окружности расставили 2023 числа, наименьшее из которых равно 0, а наибольшее равно N . Для каждых двух чисел, стоящих на окружности рядом, на доску выписали их сумму. Оказалось, что любые два числа на доске отличаются не более чем на 1. Каково наибольшее возможное значение N ?
9. Внутри треугольника ABC выбрана точка K такая, что $\angle KCB + \angle ACB = \angle KBC + \angle ABC = 120^\circ$. На продолжении стороны AB за точку B выбрана точка P , а на продолжении стороны AC за точку C — точка Q таким образом, что $BK = BP$ и $CK = CQ$. Докажите, что $BQ = CP$.
10. Правильный треугольник T со стороной 111 разбит на правильные треугольники со стороной 1. Все вершины этих треугольников, кроме находящейся в центре T , отмечены. Назовём множество отмеченных точек *линейным*, если все его точки лежат на одной прямой, параллельной стороне треугольника T . Сколько существует способов разбить все отмеченные точки на 111 линейных множеств?