

Материалы для членов жюри (ключи, критерии оценивания)

Время выполнения заданий – отводится 3 часа 50 минут

Максимальное количество баллов –50

Задача 1 (10 баллов). Два тела массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г соединены

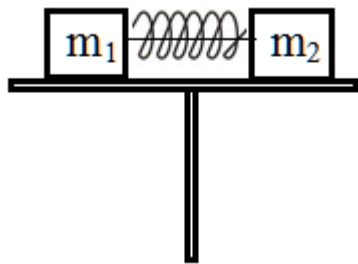


Рисунок 1

невесомой сжатой пружиной, связанной нитью. Энергия упругой деформации пружины E_n составляет 135 Дж. В исходном состоянии тела покоятся на гладкой горизонтальной площадке (см. рис.1). Нить

пережигают и после распрямления пружины тела одновременно слетают с площадки, имея

горизонтально ориентированные скорости, пружина не соединена с телами и обладает массой много меньше массы тел. Определите время от начала падения тел, через которое вектора их скоростей станут взаимно перпендикулярны (без учета сопротивления воздуха).

Решение.

Для определения начальных скоростей V_{01} и V_{02} , приобретаемых телами в момент вылета с площадки, применим законы сохранения импульса (1) и полной механической энергии (2):

$$0 = m_1 \vec{V}_{01} + m_2 \vec{V}_{02} \quad (1) \quad \text{1 балл}$$

$$E_n = \frac{m_1 V_{01}^2}{2} + \frac{m_2 V_{02}^2}{2} \quad (2) \quad \text{1 балл}$$

Решим совместно (1) и (2).

Из (1) следует:

$$V_{01} = \frac{m_2 V_{02}}{m_1}$$

Подставим во (2):

$$\begin{aligned} 2E_n &= m_1 \left(\frac{m_2 V_{02}}{m_1} \right)^2 + m_2 V_{02}^2 \\ &= m_2 V_{02}^2 \left(\frac{m_2 + m_1}{m_1} \right) \end{aligned}$$

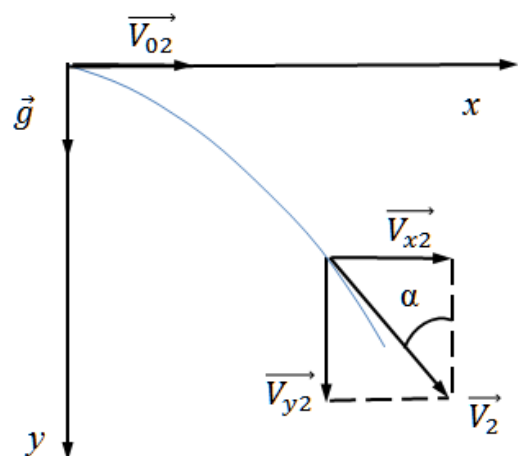


Рисунок 2

$$V_{02} = \sqrt{\frac{2E_{\text{п}}m_1}{m_2(m_1+m_2)}} \quad (3)$$

Аналогично:

$$V_{01} = \sqrt{\frac{2E_{\text{п}}m_2}{m_1(m_1+m_2)}} \quad (4) \quad \mathbf{1 \text{ балл}}$$

Спустя искомое время t_A вектор скорости тела 2 ориентирован, как указано на рис. 2 и равен:

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_{x2} + \vec{V}_{y2} = \vec{V}_{02} + \vec{g}t_A \quad \mathbf{1 \text{ балл}}$$

где

$$V_{x2} = V_{02}$$

$$V_{y2} = gt_A \quad \mathbf{1 \text{ балл}}$$

Аналогично

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_{x1} + \vec{V}_{y1} = \vec{V}_{01} + \vec{g}t_A$$

где

$$V_{x1} = V_{01}$$

$$V_{y1} = gt_A$$

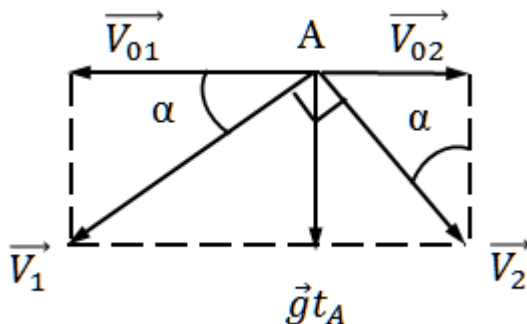


Рисунок 3

Перенесем в точку А вектора скоростей тел в искомый момент времени t_A (рис. 3). **2 балла**

Указанные на рис. 3 углы одинаковы как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. **1 балл**

Тогда из подобия треугольников следует:

$$\frac{gt_A}{V_{01}} = \frac{V_{02}}{gt_A}$$

Отсюда $t_A = \frac{\sqrt{V_{01}V_{02}}}{g} \quad \mathbf{1 \text{ балл}}$

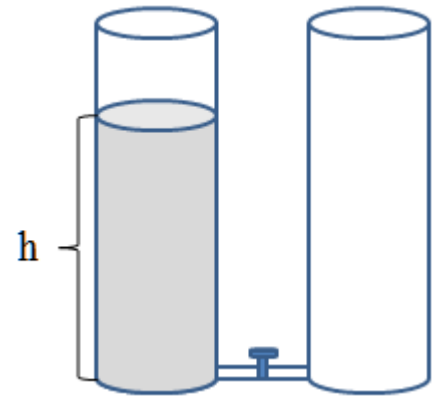
Подставим сюда (3) и (4):

$$t_A = \frac{1}{g} \sqrt{\sqrt{\frac{2E_{\text{п}} m_1 2E_{\text{п}} m_2}{m_2(m_2 + m_1)m_1(m_2 + m_1)}}} = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{2E_{\text{п}}}{(m_2 + m_1)}}$$

$$t_A = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{2 \cdot 135}{(0.2 + 0.1)}} = 3 \text{ с} \quad \mathbf{1 \text{ балл}}$$

Критерии оценивания:	баллов
Записан закон сохранения импульса	1
Записан закон сохранения механической энергии	1
Выведены формулы для расчета начальных скоростей тел	1
Вектора скорости в искомый момент времени разложены на составляющие	1
Записаны кинематические зависимости для составляющих скорости	1
Сделан рисунок векторов скорости с их составляющими	2
Обосновано равенство углов	1
Из подобия треугольников получено соотношение для t через начальные скорости	1
Посчитано время	1
ИТОГО	10

Задача 2 (10 баллов). Два одинаковых неподвижных цилиндра соединены трубкой очень малого сечения, снабженной краном. При закрытом кране в левый цилиндр залили жидкость с удельной теплоемкостью c до высоты h (см. рис.). После достижения теплового равновесия жидкость имела температуру T_1 . После открывания крана по достижении теплового равновесия в отсутствие теплообмена с окружающей средой жидкость стала иметь температуру T_2 . Обоснуйте, какая из температур больше и выведите формулу, выражающую разность температур ΔT , пренебрегая теплоемкостью цилиндров.



Решение.

Выясним, что произойдет с механической энергией жидкости при ее переходе из исходного состояния 1 в новое установившееся 2. Проведем нулевой уровень потенциальной энергии жидкости через дно цилиндров.

(1 балл)

Тогда механическая энергия массы жидкости m в состоянии 1 равна ее потенциальной энергии (жидкость неподвижна), определяемой положением центра масс на величину $h/2$:

$$E_{п1} = mgh/2$$

(1 балл)

Во втором состоянии центр масс поднят над нулевым уровнем на $h/4$ и механическая энергия становится равной:

$$E_{п2} = mgh/4$$

(1 балл)

Очевидно, механическая энергия уменьшилась на величину:

$$\Delta E = mgh/4$$

(1 балл)

Так как цилиндры все время неподвижны и отсутствует теплообмен с окружающей средой, то механическая (потенциальная) энергия пошла на увеличение внутренней энергии системы. Поэтому температура жидкости повысится на ΔT .

(3 балла)

Для увеличения температуры жидкости необходимо передать ей количество теплоты:

$$Q = cm\Delta T$$

(1 балл)

Тогда $Q = \Delta E$, откуда

(1 балл)

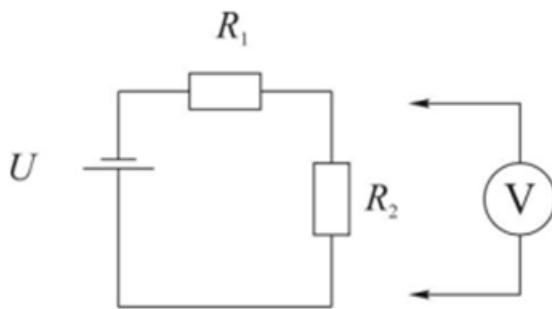
$$\Delta T = \frac{\Delta E}{cm} = \frac{mgh}{4cm} = \frac{gh}{4c}$$

(1 балл)

Критерии оценивания:	баллов
Задан нулевой уровень потенциальной энергии	1
Определена механическая энергия исходного состояния	1
Определена механическая энергия второго состояния	1
Найдено ΔE	1
Обосновано повышение температуры системы	3
Указано, как рассчитать количество теплоты, которое надо передать жидкости для ее нагрева	1
Записано $Q = \Delta E$	1
Получено выражение для ΔT	1
ИТОГО	10

Задача 3 (10 баллов). Электрическая цепь состоит из идеального источника с напряжением на клеммах U и двух последовательно соединенных резисторов с сопротивлениями $R_1 = 200$ Ом и $R_2 = 600$ Ом. Изобразите схему электрической цепи с вольтметром и определите сопротивление вольтметра, используемого для измерения напряжения на резисторе с сопротивлением R_2 , если измеренное напряжение отличается от истинного напряжения на $\eta = 5\%$.

Решение.



Истинное напряжение на R_2

$$U_2 = \frac{UR_2}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

Определим ток в цепи.

$$I = \frac{U}{\frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} + R_1} \quad (2)$$

Напряжение на измеренное вольтметре:

$$U_V = I \frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} \quad (3)$$

Подставляя (2) в (3)

$$U_V = \frac{UR_2 R_V}{R_2 R_V + R_1 R_2 + R_1 R_V} \quad (4)$$

По условию задачи:

$$U_V = (1 - \eta)U_2$$

$$\frac{R_2 R_V + R_1 R_2 + R_1 R_V}{R_V} = \frac{R_1 + R_2}{1 - \eta} \quad (5)$$

Выразим R_V из уравнения (5)

$$R_V = \frac{1 - \eta}{\eta} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (6)$$

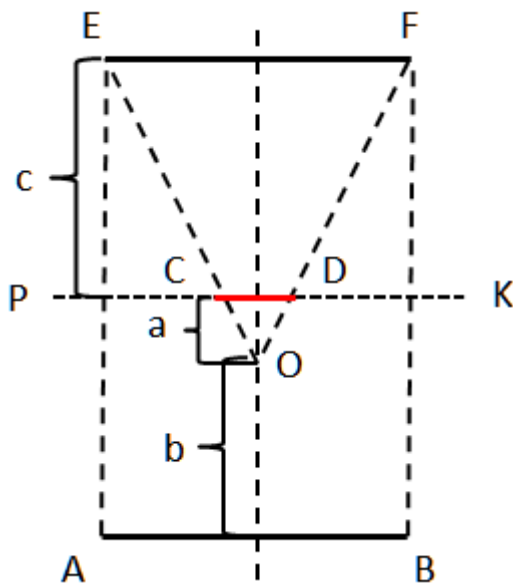
Подставим численные значения:

$$R_V = \frac{1 - 0,05}{0,05} \frac{200 \cdot 600}{200 + 600} = 2850 \text{ Ом}$$

Критерии оценивания:	баллов
Получено уравнение (1)	2
Определен ток, уравнение (2)	2
Получено выражение для U_V (4)	2
Получено выражение для R_V (6)	3
Рассчитано численное значение сопротивления вольтметра	1
ИТОГО	10

Задача 4 (10 баллов). В эксперименте наблюдателю необходимо четко видеть панель размером 100х55 см, которая находится у него за спиной на расстоянии 2 м. Для этого ему предложили повесить на расстоянии 60 см перед собой зеркало. Определите минимальные размеры зеркала (в сантиметрах, округлить до целых), чтобы экспериментатор мог не оборачиваться в ходе эксперимента и держать под наблюдением заднюю панель целиком.

Решение.



Проведем построения для вида сверху длины зеркала (см. рис.).

Наблюдатель находится в точке O, панель длиной $AB = 1$ м на расстоянии $b = 2$ м от наблюдателя. Линия РК – линия зеркала, точка E – изображение точки A, точка F – изображение точки B.

2 балла

Зеркало расположено на расстоянии $a = 0,6$ м от наблюдателя. Расстояние от зеркала до изображения панели $c = 2,6$ м.

Из построения видно, что минимальная длина зеркала это участок CD.

(2 балла)

Из подобия треугольников EFO и CDO следует:

$$\frac{EF}{CD} = \frac{c+a}{a}$$

(2 балла)

$$\text{Откуда } CD = \frac{EF \cdot a}{c + a}$$

$$CD = 1 \cdot 0,6 / (2,6 + 0,6) = 0,1875 \text{ м}$$

(2 балла)

Значит минимальная длина зеркала 19 см.

(2 балла)

Аналогично рассуждая для высоты панели $d = 0,55$ м, получим:

$$C_1D_1 = 0,55 \cdot 0,6 / (2,6 + 0,6) = 0,1031 \text{ м}$$

Следовательно, минимальная высота зеркала должна быть 11 см.

Критерии оценивания:	баллов
Построено изображение панели	2
Указана на рисунке минимальная длина (высота) зеркала	2
Записано отношение длин сторон подобных треугольников	2
Вычислена рабочая длина (высота) зеркала	2
Указана минимальная длина (высота) зеркала	2
ИТОГО	10

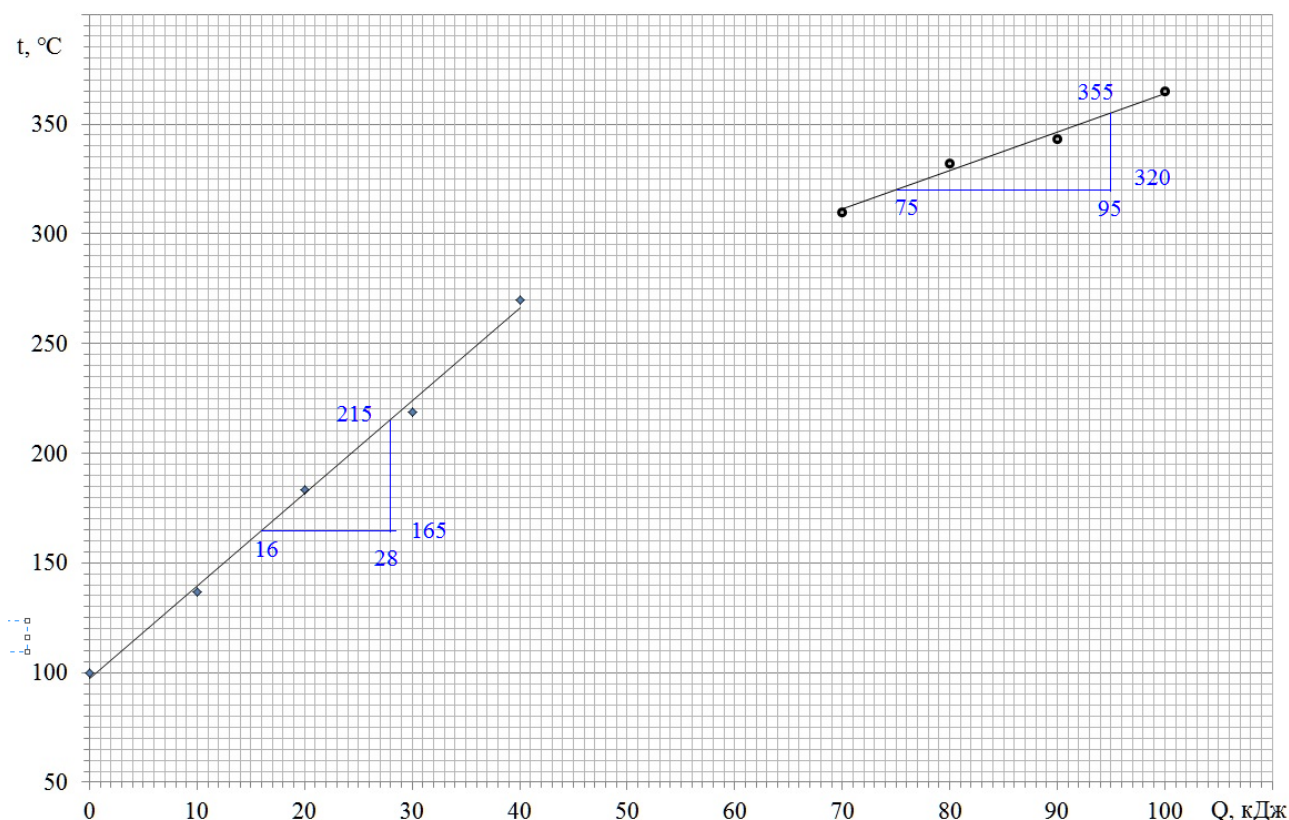
Задача 5 (10 баллов). В таблице приведены результаты измерения температуры одного килограмма некоторого инопланетного вещества в земной лаборатории в зависимости от подводимого к нему количества теплоты.

Q, кДж	0	10	20	30	40	-	70	80	90	100
t, °C	100	137	183	219	270		310	332	343	365

Постройте график данной зависимости, обоснуйте ее характер и определите с помощью графика удельную теплоемкость вещества.

Решение.

Теоретически зависимость $t(Q)$ должна быть линейной. Нанеся экспериментальные точки на график, приходим к выводу, что их нельзя описать одной линейной зависимостью, но можно описать двумя.



Это означает, что вещество в процессе нагрева изменило агрегатное состояние.

Так как процесс нагрева в обоих случаях сопровождается линейным ростом температуры, значит по каждой из зависимостей можно определить удельную теплоемкость как котангенс угла наклона прямой, что следует из определения теплоемкости:

$$c = \frac{Q}{m\Delta t}$$

Тогда для вещества в исходном агрегатном состоянии

$$c_1 = \frac{Q_2 - Q_1}{1(t_2 - t_1)} = \frac{(28 - 16)10^3}{(215 - 165)} = 240 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$$

Аналогично для второго:

$$c_2 = \frac{Q_2 - Q_1}{1(t_2 - t_1)} = \frac{(95 - 75)10^3}{(355 - 320)} = 571 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$$

Критерии оценивания:	баллов
Выбран оптимальный масштаб осей графика	1
Верно нанесены экспериментальные точки	1
Построены две линейные зависимости	2
Обосновано, что зависимость должна быть линейной	1
Указано на два агрегатных состояния вещества	2
Обоснована применимость $Q = cm\Delta t$ для обеих зависимостей	1
Рассчитаны обе теплоемкости	2
ИТОГО	10