Всероссийская олимпиада школьников | Региональный этап

ПРЕДМЕТ математика

КЛАСС 10

ШИФР 10-2-33

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР № 2

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	ИТОГО
критерии оценивания	7	7	7	7	7	
баллы	7	7	7	2	–	
подписи членов жюри			И.Ч.			

Всероссийская олимпиада школьников

Региональный этап

ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА   КЛАСС: 10

ШИФР: 10-2-33

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

$\boxed{6}$ Если $m+1=2^k$, где $k\in\mathbb{N}$, то S_{m+1} должно делиться на все числа от 1 до $m+1$, в том числе и на 2^k, но S_m делится на все числа от 1 до m значит $S_m \vdots 2^{k-1}$, значит чтобы $S_{m+1} \vdots 2^k$ достаточно $S_{m+1}=2S_m$.

Если $2^{k-1} < m+1 < 2^k$, где $k\in\mathbb{N}$, то S_{m+1} должно делиться на все числа от 1 до $m+1$, в том числе на 2^{k-1}, но $S_m \vdots 2^{k-1}$, значит $S_{m+1}=nS_m$, где n — нечётное (так как иначе $S_{m+1} \vdots 2^k$, что не может быть).

Получается, что $S_{m+1}\neq 4S_m$ при любом m.

Ответ: не существует

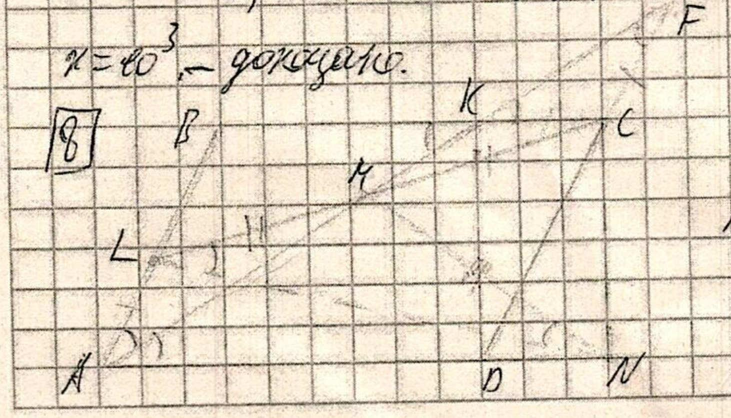
$\boxed{7}$ Обозначим каждое a_i как $b_i 10^2 + c_i 10 + d_i$, где b_i, c_i, d_i — цифры, $b_i \neq 0$.

Тогда при $x=10^3$ $* = b_9\cdot 10^{29}+c_9\cdot 10^{28}+d_9\cdot 10^{27}+\dots+b_0\cdot 10^2+c_0\cdot 10+d_0 =$

$= \overline{b_9c_9d_9\dots b_0c_0d_0}$ — 30-значное число.

То есть, если $* = \overline{b_9c_9d_9\dots b_0c_0d_0}$, то есть целый корень $x=10^3$ — доказано.

$\boxed{8}$



1) Продлим AK до пересечения с DC в точке F.

$\angle CFK=\angle BAK=\angle KAD$, $\angle CKF=\angle AKB=\angle KAD$ $\Rightarrow KC=CF=AL$

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 10

ШИФР 10-2-33

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

8 2) $\angle LAH = \angle HCF$, $\angle LAH = \angle CFH$, $CF = AL \Rightarrow \triangle LAH = \triangle HCF \Rightarrow LH = HC$
$\angle ALH$

3) $ALHN$ – вписанный $\Rightarrow \angle MLN = \angle MAN$
$\angle MNL = \angle LAH = \angle MAN$ $\Big| \Rightarrow \angle MLN = \angle MNL \Rightarrow$
$\Rightarrow ML = MN$

4) В $\triangle CNL$: NL – медиана (так как $LH = HC$)
$NL = LH = HC$ $\Big| \Rightarrow \angle CNL = 90°$

+

9 $n = 3k - 1$

Пример: пронумеруем цвета от 1 до k. Покрасим 1 столб в 1 цвет, 2 во 2 цвет и так далее до k столба, дальше покрасим в обратном порядке, то есть k+1 в k цвет, k+2 в k-1 цвет и так далее до 2k столба, дальше красим оставшиеся k-1 столбы в цвета, начиная со 2, то есть 2k+1 во 2 цвет, 2k+2 в 3 цвет и так далее.

+ 2б.

①②③... ⓚⓚⓚ-1... ②③... ⓚ

Получается, что расстояние между столбами с 1 цветом (2k-1), расстояние между 2-(2k-4) или 1, расстояние между 3-(2k-6) или 3 и так далее – это все различные числа.

Если $n \geq 3k$, то:

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

9 Разобьём столбы на 4 группы: в 1-ой, 2-ой и 3-ей группах по k столбов, а в 4-ой - оставшиеся.

1 группа 2 группа 3 группа 4 группа

$\underbrace{OO\ldots OO}_{k}\ \underbrace{OO\ldots OO}_{k}\ \underbrace{OO\ldots OO}_{k}\ \ldots$

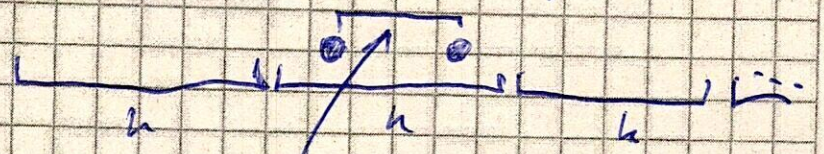
Из 1 и 2 группы можно выделить k пар столбов одинакового цвета (если в группах по одному столбу каждого цвета) или больше (если каких-то цветов в группе больше одного), при этом расстояние принимает значения от 0 до $2k-2$. Точно также со 2 и 3 группами: как минимум k пар и расстояние от 0 до $2k-2$.

2k-1 вариант

Получается $x \geq 2k$ пар, а различных расстояний максимум $2k-1$, значит какие-то расстояния совпадут, значит $n \geq 3k$ - неверно.

Ответ: $n = 3k-1$

Тут в блоках некоторые постоянны двигаться



например такое.

и соответственно оценка тогда не работает.

26