Всероссийская олимпиада школьников Региональный этап

ПРЕДМЕТ: математика КЛАСС: 10

ШИФР: 10-2-27

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР № 2

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	ИТОГО
критерии оценивания	7	7	7	7	7	
баллы	7	7	7	2	—	
подписи членов жюри			И.Ч.			

Всероссийская олимпиада школьников Региональный этап

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 10

ШИФР 10-2-27

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

10.6

Так как $S_m = \text{НОК}(1;2;3;\ldots;m)$,

$S_{m+1} = \text{НОК}(1;2;3;\ldots;m+1)$,

$S_{m+1} = 4S_m$:

$\Rightarrow$ 4 – произведение простых ~~множителей~~ делителей числа S_{m+1}, которых „не хватает" числу S_m для его делимости на $m+1$, значит если $\exists m$, то

$m+1 \vdots 4$; $S_m \vdots \frac{m+1}{4}$; $S_m \not\vdots \frac{m+1}{2}$

т.к. другие простые делители числа $(m+1)$ уже содержатся в S_m

т.к. числу S_m не хватает для этого одной двойки

Однако $S_m \vdots \frac{m+1}{2}$ при $m \geqslant \frac{m+1}{2}$, т.е. $m \in \mathbb{N}$, противоречие.

$\Rightarrow$ Нет, такого (натурального) m не существует

+

10.7

При $x = 1000$ уравнение принимает вид

$a_9 \cdot (1000)^9 + a_8 \cdot (1000)^8 + \ldots + a_1 1000 + a_0 = *$

или же

$\overline{a_9 a_8 a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0} = *$

число в левой части – тридцатизначное, т.к. по условию $100 \leq a_i \leq 999$, а значит, если вместо „*" написать это число, $x = 1000 \in \mathbb{Z}$

+

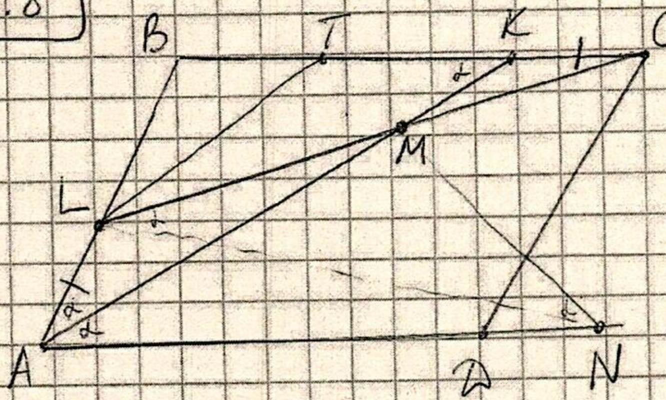
ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА **КЛАСС** 10

ШИФР 10-2-27

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

будет корнем уравнения (обратит его в верное равенство), что и требовалось доказать.

10.8



Дано: AK – бисс. $\angle A$
$CK = AL$
$ALMN$ – вп. в окр.

Пусть $\angle KAN = \angle KAB = \alpha$, тогда:

1° т.к. $BC \parallel AD$, AK – секущая;
$\angle BKA = \angle KAN = \alpha \Rightarrow \triangle BAK$ – р/б, $\underline{AB = BK}$ +

2° т.к. $ALMN$ – вписан,
$$\left.\begin{array}{l}\angle MNL = \angle MAL = \alpha \\ \angle MLN = \angle MAN = \alpha\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle LMN \text{ – р/б, } \underline{LM = MN}$$ v

Проведём через L прямую, паралл-ю MK:

$T \in BC$, $LT \parallel MK$: ~~по т. Фалеса~~
$$\left\{\begin{array}{l}\angle BTL = \angle BKA = \angle BAK = \angle BLT = \alpha, \\ \Downarrow \ \triangle BLT \text{ – р/б, } BL = BT \text{ –}\end{array}\right.$$

$\underline{TK} = BK - BT \underset{(2)}{=} BA - BL = AL = \underline{KC}$

Всероссийская олимпиада школьников — Региональный этап

ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА КЛАСС: 10

ШИФР: 10-2-27

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

По т. Фалеса для $\angle TCL$:

$$\frac{LM}{MC}=\frac{TK}{KC}=\frac{1}{1}, \text{ т.е. } LM=MC=MN$$

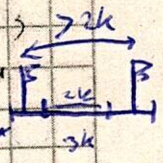
$\Downarrow$

медиана MN $\triangle LNC$ равна половине $LC \Rightarrow \triangle LNC$ – п/у, $\angle LNC=90^\circ$

$\boxed{10.9}$ 1. Докажем, что при $n=3k$ (а значит и при $n\geq 3k$) такое невозможно:

1.1. Докажем, что никакое „расстояние" (из измеряемых мышей) не могло быть больше $2k-1$:

Предположим обратное: $S_i \geq 2k$, тогда рассмотрим а) столбы за пределами отрезка S_i, таких $\leq k-1$, они образуют (min) $k-1$ „расстояние" и каждое „расстояние" не превышает $2k-2$



б) столбы между крайними столбами нашего отрезка, таких $\geq 2k-1$, они образуют (min) k „расстояний" между собой, каждое „расст-е" не превышает $2k-2$

$\Rightarrow$ противоречие принципу Дирихле

$2k-1 > 2k-2$

не строго...

[illegible]

1.1. Доказано

1.2 ~~Покрасим~~ Среди $3k$ столбов будет минимум $2k$

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 10

ШИФР 10-2-27

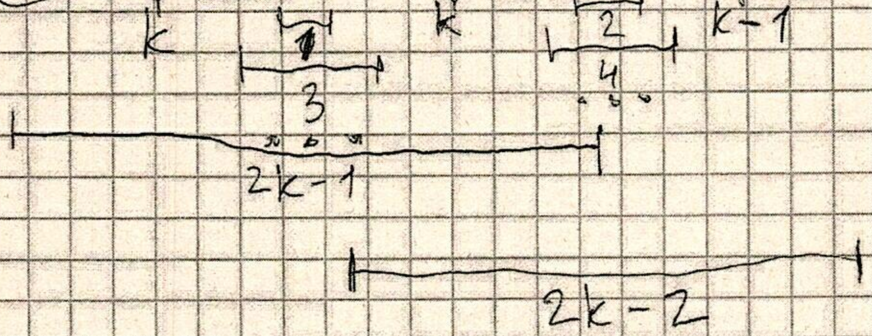
Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

„расстояний", что противоречит (1.1)

$\Rightarrow$ (1) верно и при $n \geq 3k$ такое невозможно.

Пример при $n = 3k-1$: +2б.

$$\underbrace{abcde\ldots\lambda}_{k}\underbrace{\lambda\ldots edcb}_{k}\underbrace{abcde\ldots\lambda}_{k-1}$$



Здесь $2k-1$ разл. расстояний