ПРЕДМЕТ	математика	КЛАСС	10
ШИФР	10-2-05		

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР № 2

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	ИТОГО
критерии оценивания	7	7	7	7	7	
баллы	7	7	7	0	0	
подписи членов жюри	[illegible]	[illegible]	И.Ч. [illegible]	[illegible]	И.Ч. [illegible]	

Всероссийская олимпиада школьников Региональный этап

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 10

ШИФР 10-2-05

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

$\vdots$ - делится; $\not\vdots$ - не делится

№6 Если существует такое m, что $4S_m = S_{m+1}$ и $S_m \vdots 2^k$, $S_m \not\vdots 2^{k+1}$ $\Rightarrow S_{m+1} \vdots 2^{k+2}$, $\not\vdots 2^{k+3}$.

$\Rightarrow (m+1) \vdots 2^{k+2}$ (иначе S_{m+1} было бы меньше $4S_m$)

$\Rightarrow$ Рассмотрим число $\frac{m+1}{2} \vdots 2^{k+1}$, $\not\vdots 2^{k+2}$.

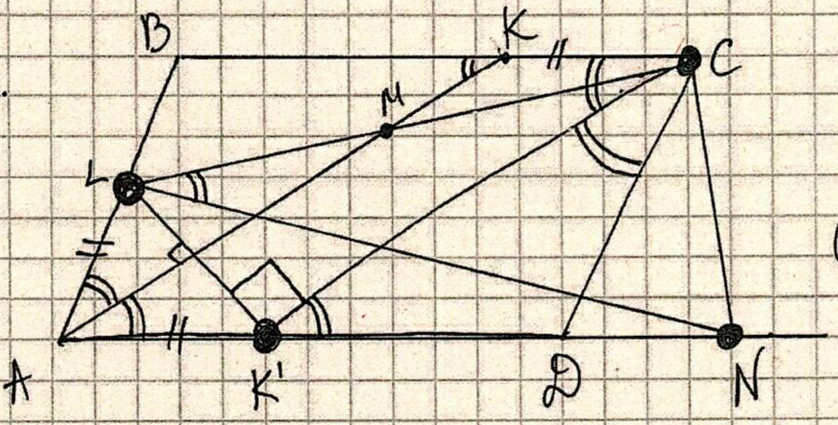
$\frac{m+1}{2} < m$ при $m \geqslant 2$ $\Rightarrow S_m$ должно делиться на 2^{k+1}, т. к. это НОК $(1, 2, \dots, \frac{m+1}{2}, \dots, m)$, где $\frac{m+1}{2} \vdots 2^{k+1}$. Но $S_m \not\vdots 2^{k+1}$ $\Rightarrow$ противоречие

$\Rightarrow$ такого m не существует. Смотрим на $m=1$

Если $m=1 \Rightarrow S_1 = 1$, $S_2 = 2$ $\Rightarrow 4S_1 \neq S_2$

+

№8.



Дано: $ABCD$ — параллелограмм (далее: п-м), AK — бис. $\angle BAD$.

$KC = AL$, $L \in AB$, $ALMN$ — впис. 4к.

Док-ть: $\angle LNC = 90°$

Док-во:

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 10

ШИФР 10-2-05

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

1) Т.к. AK-бис. ∠ BAD => ∠ BAK = ∠ KAD = = ∠ BKA (т.к. это накрест лежащие углы и BC ∥ AD, т.к. ABCD - п-м) => △ABK - р/б △ (равнобедренный)

2) Проведем LK' ⊥ AK, где K' ∈ AD

Т.к. AK-бис. и высота в △ ALK' => CK = AL = AK' => AK' = CK, AK' ∥ CK => AK'CK - п-м. => ∠ KAD = ∠ KCK' = ∠ K'CD (т.к ABCD - п-м, у которого противоположные ∠ равны)

3) ∠ KCK' = ∠ CK'D (как накрест лежащие)
∠ LK'A = 90 - α (где α = ∠ LAK = ∠ KAK' = ∠ CK'D)
=> ∠ LK'C = 90° (т.к. AK'D - одна прямая)

4) ∠ MLN = ∠ MAN (т.к. ALMN - впис 4^к) = = ∠ CK'N (из. п.3) => CLK'N - впис. 4^к (углы, опир. на 1 дугу равны) =>
∠ LK'C = ∠ LNC = 90° ч.т.д.

+ 8

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 10

ШИФР 10-2-05

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

N7. Заметим, что $x=1000$ ~~[illegible]~~ — хорошая ситуация

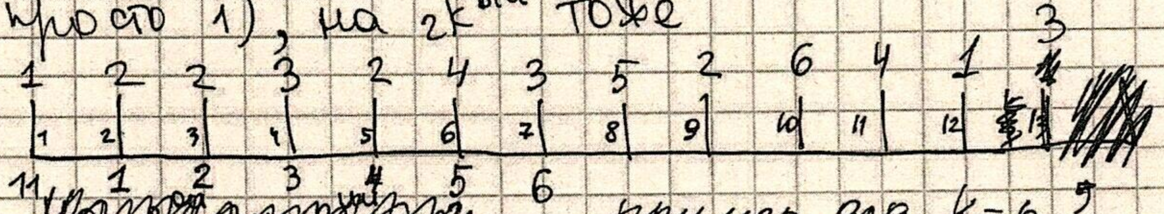
Пусть $a_i = \overline{b_i c_i d_i}$

$\overline{b_9c_9d_9}\cdot 1000^9 + \overline{b_8c_8d_8}\cdot 1000^8 + \ldots + \overline{b_1c_1d_1}\cdot 1000$
$+ \overline{b_0c_0d_0} = \overline{b_9c_9d_9}\cdot 10^{27} + \overline{b_8c_8d_8}\cdot 10^{24} + \ldots + \overline{b_1c_1d_1}\cdot 10^3$
$+ \overline{b_0c_0d_0} = \overline{b_9c_9d_9 b_8c_8d_8 b_7c_7d_7 \ldots b_1d_1c_1 b_0c_0d_0}$ (+)

Это тридцатизначное число $\Rightarrow$
Вася может написать его и $x=1000$
будет корнем ($1000 \in \mathbb{Z}$)

N9. Пример на $n=2k+1$: (можно $3k-1$)

На первый столбик ставим 1 цвет(далее просто 1), на $2^{\text{ый}}$ тоже



~~[illegible]~~ пример для $k=6$

На $2^{\text{ой}}$ и $3^{\text{ий}}$ – 2

Далее $4^{\text{ый}}$: 3 ; $5^{\text{ый}}$: 2

Далее если $2k^{\text{ый}}$ столбик еще не наступил, то на четные будем ставить самое маленькое число, которого еще не было,

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап

ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА КЛАСС: 10

ШИФР: 10-2-05

а на нечетные такое число, чтобы (Δ – дельта (разница))
получалась новая разница, которая
самая маленькая из тех, которых еще
не было (то есть по сути на место
$2i-1$ ставим i-тое число). Таким
образом $\Delta = 2i-1-i = i-1$, но $i \uparrow \Rightarrow$
$i-1$ тоже всегда будет новое. $\Rightarrow$ все
разницы будут различны, т.к. $2i-1 < 2k \Rightarrow$
$i < \frac{2k+1}{2} \Rightarrow i \leq k \Rightarrow \Delta \leq k-1$, а для
1 и $2k$-ого столбиков $\Delta = 2k-1 > k-1$

№10. Пусть $x \geq y \geq z$ + Аналогично $x \geq z \geq y$

$\sqrt{3x^2+y^2} > \sqrt{3}x$ (т.к. $y>0$)

$\sqrt{3y^2+z^2} > \sqrt{3}y$ (т.к. $z>0$) 0 б

$\sqrt{3z^2+x^2} < \sqrt{3}z+x$ (т.к. можно представить $\sqrt{3z^2+x^2}$
как гипотенузу прямоуг. Δ, где $\sqrt{3}z$ и x – катеты $\Rightarrow$
н-во Δ)

$(x-y)\sqrt{3x^2+y^2}+(y-z)\sqrt{3y^2+z^2}+(z-x)\sqrt{3z^2+x^2} > $ только если
$(x-y)\sqrt{3}x+(y-z)\sqrt{3}y+(z-x)(\sqrt{3}z+x) = (\sqrt{3}-1)x^2+$ 0
$+y^2\sqrt{3}+z^2\sqrt{3}-\sqrt{3}xy-\sqrt{3}yz-xz(1-\sqrt{3}) \geq 0$. Доказывается через Коши.

А как?