Всероссийская олимпиада школьников Региональный этап

ПРЕДМЕТ математика КЛАСС 10

ШИФР 10-1-26

**ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ**

**ТУР №** 1

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

| № задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ИТОГО |
|---|---|---|---|---|---|---|
| критерии оценивания | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | |
| баллы | 7 | 7 | 0 | 0 | — | |
| подписи членов жюри | | И.Ч. | | А.А | И.Ч | |

**Всероссийская олимпиада школьников**
**Региональный этап**

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 10

ШИФР 10-1-26

## №1

Ответ: да, можно

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3= | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4= | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| 5= | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| 13= | 0 | 0 | 0 | 6 | 7 | 0 |
| 8= | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 10= | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| | ॥ | ॥ | ॥ | ॥ | ॥ | ॥ |
| | 1 | 2 | 9 | 6 | 7 | 18 |

На рисунке представлена итоговая таблица после 8 операций. Очевидно, что числа можно заменять в любом порядке, результат от этого не изменится. Суммы чисел во всех строках и столбцах различны.

+

## №2

Допустим, что бумажный треугольник можно разрезать на несколько, описанных в условии, многоугольников. Очевидно, что если у каждого многоугольника площадь численно равна периметру, то ~~суммарная~~ ~~+~~ сумма площадей всех многоугольников равна сумме периметров всех многоугольников.

Сумма площадей всех многоугольников равна площади данного треугольника (по теореме, обратной теореме Пифагора данный треугольник прямоугольный ($5^2+12^2=13^2$), а значит его площадь

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 10

ШИФР 10-1-26

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

равна $\frac{12 \cdot 5}{2} = 30$.

Сумма всех периметров многоугольников равна сумме периметра данного треугольника и удвоенной длине линий разреза (т.к. каждая линия разреза является стороной двух многоугольников). Периметр данного треугольника равен $12+5+13=30$

$\sum S = \sum P$ 18 +

$S = P_1 + 2L$ ($S$ – площадь данного треугольника, $P_1$ – периметр данного треугольника, $L$ – длина линий разреза)

$30 = 30 + 2L$

$L = 0$ (то есть условие требуемое в задаче выполняется только если мы не разрезаем данный треугольник) 5б

Мы пришли к противоречию, значит, допущения неверны, значит, нельзя выполнить требуемое условие

Ответ: нет, нельзя. 7б +

№4

Из условия делимости $abc+1 = N \cdot (ab - b + 1)$, где $N$ – натуральное число

$abc + 1 = Nab - Nb + N$

$b(ac - Na + N) = N - 1$

Всероссийская олимпиада школьников — Региональный этап

| | | | |
|---|---|---|---|
| ПРЕДМЕТ | МАТЕМАТИКА | КЛАСС | 10 |
| ШИФР | 10-1-26 | | |

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Суперочевидно, что такое равенство может быть выполнено только если $(N-1)$ — простое число, иначе будут противоречия с тем, что $a, b, c > 1$ или $b > c$. $N=5,\ a=2,\ b=4,\ c=3.$

Тогда либо $\begin{cases} b=1 \\ ac-Na+N=N-1 \end{cases}$, либо $\begin{cases} b=N-1 \\ ac-Na+N=1 \end{cases}$

Первого случая быть не может, так как $b>1$, значит, верна вторая система

$$\begin{cases} b=N-1 \\ ac-Na+N=1 \end{cases}$$

$$a(c-N)=1-N$$

$a(N-c)=N-1$ — из этого следует, что $(N-1)\vdots a$, а т.к. $(N-1)=b$, то $b \vdots a$, что и требовалось доказать. 0б.

№3

$N$ — кол-во школьников, которые участвовали хотя бы в одной олимпиаде. Т.К. на каждой олимпиаде был уникальный набор школьников, то $\frac{N!}{30!\cdot(N-30)!} \geq 50$ $\geq C_n^3$

При $N=31$ неравенство не выполняется, а при $N=32$ выполняется, значит, всего в олимпиадах участвовало не меньше 32 школьников +

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 10

ШИФР 10-7-26

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Для любой комбинации из 30 олимпиад найдется школьник, который посетил все эти олимпиады. Всего таких комбинаций $\frac{50!}{30!\cdot 20!}$ опис.? $C_{30}^{30}$

На всех олимпиадах суммарно было $30\cdot 50=1500$ мест
Каждый школьник может занять не более 50 мест.

тогда если школьников $\leq \frac{1500}{50} = 30$ — то найдётся олимпиада

но у нас их $\geq 32$

так что непонятно почему у нас найдётся