

ПРЕДМЕТ	М	а	т	е	м	а	т	и	к	а					КЛАСС	1	0
ШИФР	1	0	-	1	-	0	4										

**ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ**

ТУР № 1

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	ИТОГО
критерии оценивания	7	7	7	7	7	
баллы	<del>7</del> 3	7	0	0	<del>7</del>	
подписи членов жюри	И.И. А.А.	И.И. ИИ	 ИИ	А.А. 	И.И. ИИ	



Всероссийская олимпиада школьников  
Региональный этап

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

10

ШИФР

10-1-04

10.1. Можно. Пример

								$\Sigma$
1								1
12								12
	3							3
	4							4
		5						5
		6	9	8				23
$\Sigma$	13	7	11	9	8	0		

35 по новинке критерий ~~08~~  
Пустые клетки - те, в которых остался 0

За один ход в каждую из 8 запомненных

клеток поместим число, отличное от 0,

т.е. всего было сделано ровно 8 ходов  
~~поместим все числа!~~

10.2. Нельзя. Построим рассуждение от противного: пусть можно,

тогда сумма всех периметров полученных фигур равна сумме  
всех площадей. Сумма всех площадей равна сумме исходного  $\Delta$ , т.е.

$\frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ см}^2$  (т.к.  $\Delta$  прямоугольный по обратной Тл Пифагора), а

сумма всех периметров строго больше 30 см, т.к. каждая из сторон

$\Delta$  будет входить в эту сумму по разу, а еще в периметре

будут учитываться отрезки, проведенные внутри (они точно будут

проведены, т.к.  $> 1$  многоугольника). Периметр исходного  $\Delta 5+12+13=$

$= 30 \text{ см} \Rightarrow$  сумма полученных периметров больше 30 см. Противоречие  $\Rightarrow$

предположение неверно  $\Rightarrow$  нельзя. + 75

10.3. По лемме Хелли если для любых 3 олимпиад есть школьник,

который участвовал в каждой из них, то есть школьник, участвовавший

и в каждой из олимпиад. Так как для любых 30 олимпиад есть

такой школьник, значит и для любых 3 олимпиад есть такой



ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	10
ШИФР	10-1-04		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

школьник (тот же, который является таковым для любого набора из 30 олимпиад, куда эти 3 олимпиады входят)  $\Rightarrow$  по лемме Хелли есть школьник, который участвовал во всех 50 олимпиадах. (Переведем на язык множеств, школьники - элементы множества, олимпиады - подмножества из 30 элементов)

10.4 Пусть  $abc+1 = n(ab-b+1)$   $abc+1 > 0$  и  $a \in \mathbb{N}$ ,  $ab-b+1 > 0$  (т.к.  $b(a-1) > 0$ , т.к.  $a \geq 2$ )  $a \in \mathbb{N} \Rightarrow n \in \mathbb{N}$ .

$$abc+1 = abn - bn + n \Rightarrow abc - abn = n - bn - 1 \Rightarrow n - bn - 1 : a \Rightarrow$$

$$\boxed{n(1-b) \equiv 1 \pmod{a}} \quad \Downarrow \quad abc - abn + bn = n - 1 \Rightarrow n - 1 : b \Rightarrow \boxed{n \equiv 1 \pmod{b}} \Rightarrow \boxed{n(1-b) \equiv 1 \pmod{b}}$$

Значит, если  $n \equiv 1 \pmod{a}$ , то  $1-b \equiv 1 \pmod{a}$ , то  $b : a$

$\hookrightarrow$  не знаю как это доказать :-

$\odot$  ? почему?

Если зафиксировать  $a$  и  $b$ , а потом подбирать число  $c$ , то число  $c$  нулевыми для делимости остатком не будет менять в промежутке  $b > c > 1$ . Каждое  $c$  покажет  $b$  что от  $2$  до  $b-1$  меняет остаток по модулю  $(a-1)b+1$  на  $ab$  (т.е. сначала он сравним с  $2ab+1$ , потом с  $3ab+1$  и т.д. до  $(b-1)ab+1$ ), но ни один из этих остатков не сравним с  $0$  по модулю  $b(a-1)+1$ , т.к. если сравним, то можем условно приравнять  $kab+1 = n(ab + b(a-1)+1) \Rightarrow (k-n)b = b(a-1) \Rightarrow (k-n)a = a-1$