

Задания для обучающихся

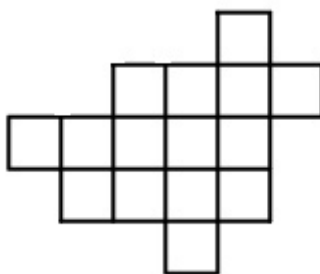
Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов – 35

Написать только ответ — мало! Все ответы нужно объяснить с помощью рассуждений или вычислений!

1. У Деда Мороза в мешке шоколадные и мармеладные конфеты, всего их 2023 штуки. Шоколадные конфеты составляют 75% от мармеладных. Сколько в мешке у Деда Мороза шоколадных конфет?

2. Разрежьте фигуру на три равные части **по линиям сетки**. Фигуры называются равными, если они совпадают при наложении.



3. Встретились Кикимора, Леший и Водяной. Каждый из них либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Кикимора сказала: «Мы все лжецы». Леший ответил: «Среди нас ровно два лжеца». Водяной промолчал. Кто здесь лжец, а кто нет?

4. Друзья Петя, Вася и Коля живут в одном подъезде. Поднимаясь с 1 на 3 этаж, Петя проходит число ступенек кратное четырём. Вася, поднимаясь с 1 на 6 этаж, проходит число ступенек кратное девяти. Сколько ступенек пройдёт Коля, который поднимается с 1 на 9 этаж, если число ступенек между этажами одинаковое и меньше 22?

5. Известно, что
$$\frac{С + Е + Д + Ь + М + О + Й}{К + Л + А + С + С} = \frac{22}{23},$$

где разные буквы – это разные цифры, одинаковые буквы – одинаковые цифры. Какие значения может принимать C ?

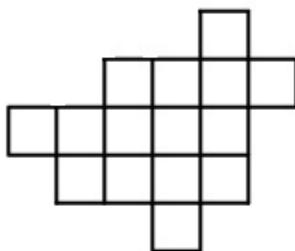
Материалы для членов жюри (ключи, критерии оценивания)

1. У Деда Мороза в мешке шоколадные и мармеладные конфеты, всего их 2023 штуки. Шоколадные конфеты составляют 75% от мармеладных. Сколько в мешке у Деда Мороза шоколадных конфет?

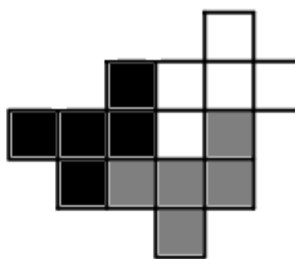
Ответ: 867. **Решение.** Шоколадные конфеты составляют $\frac{3}{4}$ от количества мармеладных. Тогда общее число конфет равно $\frac{7}{4}$ мармеладных. Значит, мармеладных $2023 \times \frac{4}{7} = 1156$, а шоколадных – $2023 - 1156 = 867$.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Допущена одна арифметическая ошибка, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения – **5 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

2. Разрежьте фигуру на три равные части **по линиям сетки**. Фигуры называются равными, если они совпадают при наложении.



Решение. Например, так:



Критерии проверки. Любой верный способ разрезания – **7 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

3. Встретились Кикимора, Леший и Водяной. Каждый из них либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Кикимора сказала: «Мы все лжецы». Леший ответил: «Среди нас ровно два лжеца». Водяной промолчал. Кто здесь лжец, а кто нет?

Ответ: Кикимора и Водяной – лжецы, Леший – правдивый.

МАТЕМАТИКА
7 КЛАСС

Решение. Кикимора не может говорить правду, т.к. иначе она не могла бы сказать, что все – лжецы. Поэтому лжецов один или два. Пусть лжец один. Тогда Леший лжёт. Но Кикимора тоже лжёт, значит лжецов больше одного. Противоречие. Пусть лжецов два. Тогда Леший говорит правду и Кикимора с Водяным – лжецы.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Доказано, что лжецы есть – **1 балл**, доказано, что не все лжецы – **1 балл**, доказано, что не может быть 1 лжеца – **2 балла**, полностью изучен случай 2 лжецов – **2 балла**. В остальных случаях – **0 баллов**. Подчёркнутые баллы могут суммироваться.

4. Друзья Петя, Вася и Коля живут в одном подъезде. Поднимаясь с 1 на 3 этаж, Петя проходит число ступенек кратное четырём. Вася, поднимаясь с 1 на 6 этаж, проходит число ступенек кратное девяти. Сколько ступенек пройдёт Коля, который поднимается с 1 на 9 этаж, если число ступенек между этажами одинаковое и меньше 22?

Ответ: 144. **Решение.** С 1-го по 3-й этаж 2 лестничных пролёта. По условию число ступенек этих двух пролётов кратно четырём. Тогда число ступенек одного пролёта – чётно. С 1-го по 6-й этаж 5 лестничных пролётов. По условию число ступенек этих пролётов кратно девяти. Тогда число ступенек пяти пролётов делится на 18 (чётно и делится на 9), а так как 5 и 18 взаимно просты, то число ступенек одного пролёта кратно 18. По условию это же число меньше 22, то есть оно в точности равно 18. Тогда число ступенек восьми пролётов с 1 по 9 этаж равно $18 \times 8 = 144$.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Показано, что число ступенек лестничного пролёта является чётным числом или что оно кратно 9 – **2 балла**. Доказано, что число ступенек лестничного пролёта чётно и кратно 9 – **3 балла**. Доказано, что число ступенек лестничного пролёта делится на 18 – **4 балла**. В остальных случаях – **0 баллов**.

5. Известно, что
$$\frac{C + E + Д + В + М + О + Й}{К + Л + А + С + С} = \frac{22}{23},$$

где разные буквы – это разные цифры, одинаковые буквы – одинаковые цифры. Какие значения может принимать С?

МАТЕМАТИКА
7 КЛАСС

Ответ: только ноль. **Решение.** В выражении 10 различных букв, поэтому используются все 10 цифр. Понятно, что $C + E + D + B + M + O + \dot{Y} \leq 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 = 42$ и $K + L + A + C + C \leq 9 + 9 + 8 + 7 + 6 = 42$. Значит, $C + E + D + B + M + O + \dot{Y} = 22$ и $K + L + A + C + C = 23$. Рассмотрим числитель дроби. Если среди цифр есть 8, то числитель как минимум 23 ($0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 8 = 23$). Тогда если среди цифр есть 9, или и 8, и 9, то числитель тем более больше 22. Значит, 8 и 9 в этом наборе нет. Сумма восьми цифр $0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 6 + 7 = 28$, а нам нужна сумма семи из этих цифр, которая равна 22. Следовательно, 6 – лишняя. Тогда $C + E + D + B + M + O + \dot{Y} = 22 = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7$. Поэтому на оставшиеся четыре буквы K, L, A и C приходятся цифры 0, 6, 8, и 9. Но $6 + 8 + 9 = 23$, поэтому $K + L + A + C + C = 23$ только, если $C = 0$.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Обосновано, что числитель равен 22, а знаменатель 23 – **2 балла**. Доказано, что числитель равен сумме $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7$ – **2 балла**. Обосновано, что знаменатель равен $6 + 8 + 9 + 0 + 0$ – **2 балла**. Сделан вывод, что $C = 0$ – **1 балл**. В остальных случаях – **0 баллов**. Подчёркнутые баллы могут суммироваться.