

Задания для обучающихся
Время выполнения заданий - 210 минут
Максимальное количество баллов – 42

1. Замените все символы «*» целыми числами так, чтобы только одно целое число удовлетворяло одновременно обоим неравенствам: $x^2 + *x + * > 0$ и $x^2 + *x + * < 0$.
2. Имеется сталь двух сортов с содержанием никеля 55% и 12%. Сколько нужно взять металла каждого из сортов, чтобы получить 2021 т стали с содержанием 32% никеля?
3. Дан прямоугольный треугольник с катетами a , b и гипотенузой c . Докажите, что $a^4 + a^2b^2 + b^4 \geq \frac{3}{4}c^4$.
4. Вася выписывает последовательность из 2021 натуральных чисел, начиная с некоторого числа, так, чтобы сумма любых трех подряд идущих чисел была равна 5. Какое наибольшее количество двоек у него может получиться?
5. На стороне ВС треугольника ABC выбрана точка F. Оказалось, что отрезок AF пересекает медиану BD в точке E так, что $AE = BC$. Докажите, что $BF = FE$.
6. Имеются две бочки с водой бесконечной вместимости и два ковшика объемами $\sqrt{2}$ и $2 - \sqrt{2}$ литров. Можно ли, пользуясь этими ковшиками, перелить из одной бочки в другую ровно 1 литр?