

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|-------|--|---|--|
| ПРЕДМЕТ | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">Е</td><td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">И</td><td style="width: 10%;">К</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table> | М | А | Т | Е | М | А | Т | И | К | А | | | | | КЛАСС | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px;">9</td><td style="width: 20px;"></td> </tr> </table> | 9 | |
| М | А | Т | Е | М | А | Т | И | К | А | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ШИФР | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">9</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">9</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">1</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table> | М | - | 9 | - | 9 | - | 1 | | | | | | | | | | | |
| М | - | 9 | - | 9 | - | 1 | | | | | | | | | | | | | |

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР № 1

Заполняется членами жюри
 Пометки участников не допускаются

| № задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | ИТОГО |
|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------|--------------------|---|---|---|---|----|-------|
| критерии оценивания | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | | | |
| баллы | 7 | 7 | - | 0 | - | | | | | | |
| подписи членов жюри | <i>[Signature]</i> | <i>[Signature]</i> | <i>[Signature]</i> | <i>М.А.</i> | <i>[Signature]</i> | | | | | | |

| | | | |
|---------|------------|-------|---|
| ПРЕДМЕТ | МАТЕМАТИКА | КЛАСС | 9 |
| ШИФР | М-9-9-1 | | |

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

9.1 Ответ Да, может. Например: 1; 2; 3; 5; 10; 20; 4; 8; 12; 6
 Сумма здесь 41, числа 5, 10 и 20 делятся на 5 и числа
 4, 8, 12, 20 делятся на 4.

35

| | | | |
|---------|------------|-------|---|
| ПРЕДМЕТ | МАТЕМАТИКА | КЛАСС | 9 |
| ШИФР | M-9-9-1 | | |

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

| | |
|----|--|
| 92 | <p>Оценка:</p> <p>Стоит заметить, что все делимости от того куда мы принимаем цифру будет зависеть сумма цифр числа (S). то есть мы имеем числа будут $S+1, S+2, S+3, \dots, S+9$. Нетрудно заметить, что ровно 3 числа из них будут делиться на 3 при любом N, значит простых чисел не более 6.</p> <p>Пример на 6 простых чисел: p - простое.</p> <p>1 3 - p</p> <p>2 3 - p</p> <p>3 3</p> <p>4 3 - p</p> <p>5 3 - p</p> <p>3 6</p> <p>5 7 - p</p> <p>8 3 - p</p> <p>3 9</p> <p>Ответ: 6 простых чисел.</p> |
|----|--|

76

| | | | |
|---------|---------------|-------|---|
| ПРЕДМЕТ | МАТЕМАТИКА | КЛАСС | 9 |
| ШИФР | М - 9 - 9 - 1 | | |

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

9.4 Рассматривая группы людей по 100 штук мы будем так же обрабатывать группу из 100 человек в которой выполняются все условия и будем заменять ее участником на группу и проверяем, выполняются ли условия. Наибольшее возможное количество человек - 101 группа!

Для того чтобы доказать что 101 человек не может рассмотреть несколько случаев:

1) Как если люди у которых четное количество друзей среди остальных людей и есть те, у которых нечетное количество друзей (каким-то из них может не быть). Если у человека на которого мы делаем количество друзей отличается от нуля, то мы можем считать из группы как человека с которым он дружит, так и человека с которым он не дружит, из-за этого четность количества пар будет равна. Проблем со 101 участником нет если у всех четное количество друзей. Однако после этого возникает проблема если, что хотя бы один участник имеет нечетное количество друзей, что не дает нам добавлять человека с 0 друзей. Если же мы добавим участника с нечетным количеством друзей, то у нас возникает ситуация описанная ранее, при которой мы будем считать число разное четности количества пар друзей.

Ответ: 101 человек.

ПРЕДМЕТ **МАТЕМАТИКА** КЛАСС **9**

ШИФР **М-9-9-2**

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР № **2**

Заполняется членами жюри
 Пометки участников не допускаются

| № задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | ИТОГО |
|---------------------|---|---|---|---|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|
| критерии оценивания | | | | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | |
| баллы | | | | | | 7 | 6 | 7 | 1 | 0 | |
| подписи членов жюри | | | | | | <i>И.А.</i> | <i>И.А.</i> | <i>И.А.</i> | <i>И.А.</i> | <i>И.А.</i> | |

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

ШИФР

М-9-9-2

КЛАСС

9

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

9/6

$$a_n - a_k \geq n^3 - k^3$$

$$a_{2022} - a_{1011} \geq 2022^3 - 1011^3$$

$$2022^3 - 1011^3 = 2^3 \cdot 1011^3 - 1011^3 = 4 \cdot 1011^3$$

Так как $a_{1011} \neq 0$, то $a_{2022} \geq 4 \cdot 1011^3$

С другой стороны:

$$a_{1011} - a_{2022} \geq 2022^3 - 1011^3$$

$$-a_{2022} \geq -4 \cdot 1011^3$$

$$a_{2022} \leq 4 \cdot 1011^3$$

Так как $4 \cdot 1011^3 \leq a_{2022} \leq 4 \cdot 1011^3$, то $a_{2022} = 4 \cdot 1011^3$

Ответ: $a_{2022} = 4 \cdot 1011^3$

75

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА

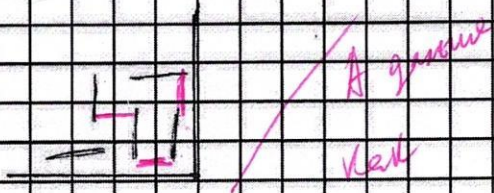
КЛАСС 9

ШИФР М-9-9-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

9.4

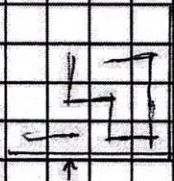
Вал не всегда сможет сделать так, как он хочет, например если в углу квадрата, Толя сделает вот так:



Заметим, что Вал не может класть

доски на то же место где уже лежала доска, так как тогда туда доска будет попадать, и также он не может создавать конструкции в виде замкнутого контура из той же доски.

Согласно этим правилам Вал сможет заткнуть только так:



но тогда остаётся клетка со стороны вверху, из-за которой Вал не сможет выполнить задание.

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

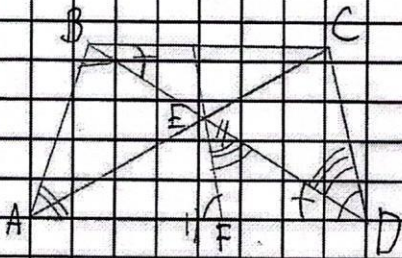
9

ШИФР

М - 9 - 9 - 2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

9.8.



Дано: $ABCD$ - трапеция $AD \parallel BC$

$AD = BD$ $EF \parallel CD$

Доказать: $BE = DF$

Реш-во: Заметим, что $\angle ADB = \angle CBD$ (как как две смежные угла при пересечении секущей BD параллельных прямых AD и BC) и $\angle FED = \angle EDC$

(как как две смежные угла при пересечении секущей ED параллельных прямых EF и CD). Отсюда следует, что $\triangle FED \sim \triangle BCD \Rightarrow \frac{BC}{BD} = \frac{CD}{ED} = \frac{FD}{ED - EF}$

(по первому признаку подобия). Заметим, что $\angle AFE = \angle ADC$ (как соответственные углы при пересечении секущей AD параллельных прямых EF и CD) и так как

в треугольниках $\triangle ACD$ и $\triangle AFE$ $\angle CAD$ - общий, то по первому признаку

$\triangle ACD \sim \triangle AFE \Rightarrow \frac{CD}{EF} = \frac{AD}{AF} = \frac{AC}{AE}$ а значит $\frac{BD}{ED} = \frac{AD}{AF}$, но $AD = BD$

по условию, а значит $ED = AF \Rightarrow BE = DF$ т.к. $BE = BD - DE$ а $DF = AD - AF$

но и $BD = AD$ и $DE = AF \Rightarrow BE = DF$

ч.т.д.

| | | | |
|---------|---------------|-------|---|
| ПРЕДМЕТ | МАТЕМАТИКА | КЛАСС | 9 |
| ШИФР | К - 9 - 9 - 2 | | |

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

9.9 Наименьшее $N = 181$

Пример: размещаем все 181 точку на окружности через равные промежутки, при такой расстановке между двумя соседними точками будет заключена дуга в 2° , а все углы всех треугольников окружности вписанными, а значит дуги будут равны половине дуги на которую опираются, а границей пера дуги будут всегда натуральной и четной.

Ответ: ~~181~~ Больше чем 181 точек, так как если разместим еще одну точку на окружности, то у нас будет хотя бы одна дуга меньше чем 2° , что означает, что опирающийся на неё угол будет не натуральным. Также у окружности нет свободных точек, дающих натуральные углы, кроме центра, но он не подходит, так как тогда будут три точки лежащие на одной прямой, что противоречит условию.

Ответ: наименьшее $N = 181$

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

9

ШИФР

И - 9 - 9 - 2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

910 Чтобы сумма цифр числа $n!$ была не меньше 10^{100} , нам достаточно
 чтобы у числа $n!$ было хотя бы 10^{100} ненулевых цифр.
 Например, у числа $10!$ 5 ненулевых цифр, каждое следующее
 число, на которое мы умножим $10!$ (больше 10, т.е. это числа 11, 12, 13...
 будет иметь, что каждая увеличивает количество цифр хотя бы на 1.
 Эта цифра может быть как нуль, так и не нуль. Заметим, что
 большинство нулей привнесет множителем 5 в некоторый множитель, но
 их гораздо меньше чем других чисел, так например на каждые 5 чисел,
 которые приносят хотя бы 5 цифр, гарантированно только 1 нуль. Значит
 со временем количество ненулевых цифр будет увеличиваться. Нули могут
 появиться и из-за других чисел, так например $420 \cdot 4 = 5040$, но
 количество ненулевых цифр будет возрастать, а значит в
 какой-то момент количество ненулевых цифр станет хотя бы 10^{100} , а
 значит в этом числе $n!$ и вся сумма цифр будет
 не меньше 10^{100} .

Требуется не
только 10¹⁰⁰!