

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">М</td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Т</td><td style="text-align: center;">Е</td><td style="text-align: center;">М</td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Т</td><td style="text-align: center;">И</td><td style="text-align: center;">К</td><td style="text-align: center;">А</td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А							КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td> </tr> </table>	1	1
М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А												
1	1																				
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">М</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td> </tr> </table>	М	-	1	1	-	2	3	-	1											
М	-	1	1	-	2	3	-	1													

### ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР №

1
---

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
критерии оценивания	7	7	7	7	7						
баллы	7	6	-	0	0						
подписи членов жюри	<del>Ж</del> Ж	<del>Ж</del> Ж	Ж	Ж	Ж						

*(Handwritten signature)*

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

М-11-23-1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№ 112

$P(x)$  - квадратный трехчлен. Пусть  $k$  - коэффициент при  $x^2$ ,  $k \neq 0$  иначе это будет не кв. трехчлен

Тогда

$$P(x) = kx^2 + lx + d$$

$l$  - коэффициент при

$x$ ,  $l \neq 0$  иначе это будет не тр-член

$$P(a+b) = P(c) \Rightarrow P(a+b) - P(c) = 0 \quad d - \text{свободный коэффициент, } d \neq 0$$

$$k(a+b)^2 + l(a+b) + d = kc^2 + lc + d = 0$$

$$k((a+b)^2 - c^2) + l(a+b-c) = 0$$

$$k((a+b+c)(a+b-c)) + l(a+b-c) = 0;$$

$$(a+b-c)(k(a+b+c) + l) = 0$$

аналогично для других равенств. Таким образом, получаем систему:

$$\begin{cases} (a+b-c)(k(a+b+c) + l) = 0 \\ (b+c-a)(k(a+b+c) + l) = 0 \\ (a+c-b)(k(a+b+c) + l) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k(a+b+c) + l = 0 \\ b+c-a = 0 \\ a+c-b = 0 \\ a+b-c = 0 \end{cases}$$

$$a+b+c = -\frac{l}{k}$$

$$\begin{cases} a = b+c \\ b = a+c \\ c = a+b \end{cases}$$

Таким образом для любых  $k$  и  $l$ , удовлетворяющих условию мы можем подобрать  $a, b$  и  $c$ .

Задача 3

<b>ПРЕДМЕТ</b>	М А Т Е М А Т И К А	<b>КЛАСС</b>	1 1
<b>ШИФР</b>	М - 1 1 - 2 3 - 1		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Например  $a = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{l}{k}\right)$ ,  $b = \frac{1}{3} \left(+\frac{l}{k}\right)$ ,  $c = \frac{1}{6} \left(-\frac{l}{k}\right)$ , что  
 в сумме даст просто  $-\frac{l}{k}$ .

Например для  $k=1$ ,  $l=-6$   
 $P(x) = x^2 - 6x + d$ ,  $a=3$ ,  $b=2$ ,  $c=1$   
 $P(3+2) = 5^2 - 6 \cdot 5 + d = -5 + d = 1 - 6 + d = P(1)$   
 $P(1+2) = 9 - 12 + d = -3 + d = 3^2 - 6 \cdot 3 + d = P(3)$   
 $P(3+1) = 16 - 24 + d = -8 + d = 4 - 12 + d = P(2)$

Что и требовалось доказать... ~~Ж~~  $\neq$  (68) ?

N 111 А если  $l=0$  ?

Запишем 4 наименьших числа  $x_i$ , таких, что  
 $x_i \in \mathbb{N}$ ,  $x_i \div 4$ . Это будут 4, 8, 12, 16

Допишем 3 наименьших числа  $y_i$ , таких, что  
 $y_i \in \mathbb{N}$ ,  $y_i \div 5$ . Это будут 5, 10, 15

Чтобы получить 10 чисел допишем еще три  
 числа  $z_i$ , где  $z_i \in \mathbb{N}$ . Это будут 1, 2, 3

Их сумма будет равна  $4 + 8 + 12 + 16 + 5 + 10 +$   
 $+ 15 + 1 + 2 + 3 = 20 + 20 + 20 + 10 + 6 = 76$ , что

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

М-11-23-1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

несомненно больше 75. Тогда попробем  
 избавиться от наибольших чисел в среде  
 $x$  и  $y$ . Для этого сотрем 16 и 15 и  
 вместо них запишем на доску  $\text{НОК}(4, 5) = 20$ ,  
 а чтобы чисел на доске снова стало 10  
 допишем наименьший  $z \in \mathbb{N}$  такой, к-рый прежде  
 не был нарисован на доске. Это будет 6.  
 Таким образом на доске выписаны числа  
 1 2 3 4 5 6 8 10 12 20  
 из которых 4 делятся на 4 (4, 8, 12, 20)  
 3 делятся на 5 (5, 10, 20)  
 их длина 10, каждое число - натуральное, а  
 их сумма равна  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 + 12 + 20 =$   
 $= 10 + 11 + 20 + 30 = 30 + 30 + 11 = 71$  что  
 меньше 75.  
 Ответ: да, может. 75  
 +  
 y =  
 5 =

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; height: 25px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">Е</td><td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">И</td><td style="width: 10%;">К</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А					КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; height: 25px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">8</td><td style="width: 10%;">8</td> </tr> </table>	8	8
М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А										
8	8																		
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; height: 25px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">8</td><td style="width: 10%;">8</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;">3</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	-	8	8	-	2	3	-	2									
М	-	8	8	-	2	3	-	2											

### ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР №

2
---

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
критерии оценивания						7	7	7	7	7	
баллы						7	7	0	0	0	
подписи членов жюри											

<b>ПРЕДМЕТ</b>	М А Т Е М А Т И К А	<b>КЛАСС</b>	1 1
<b>ШИФР</b>	N - 11 - 23 - 2		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

	N11.6
$a_{1011} = 0$	$\begin{cases} a_{2022} - a_{1011} \geq 2022^3 - 1011^3 \\ a_{1011} - a_{2022} \geq 1011^3 - 2022^3 \end{cases}$
$\begin{cases} a_{2022} \geq 2022^3 - 1011^3 \\ -a_{2022} \geq 1011^3 - 2022^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{2022} \geq 2022^3 - 1011^3 \\ a_{2022} \leq 2022^3 - 1011^3 \end{cases}$	
$\Rightarrow a_{2022} = 2022^3 - 1011^3 = (2022 - 1011)(4 \cdot 1011^2 + 2 \cdot 1011 + 1011^2) =$	
$= 1011 \cdot 1011^2 (4 + 2 + 1) = 1011^3 \cdot 7 =$	
$= 7233550317$	
Ответ: 7 2 3 3 5 5 0 3 1 7	+ 75 $\frac{1}{2}$
	N11.7
Пусть $x = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$ , где $n_i, i \in [1; k]$ — i-ый разряд числа n	
Предположим, что такая ситуация невозможна. Тогда:	
(1) Предположим, что хотя бы один $n_i$ равен нулю.	
Тогда $x = 0$ из чего следует, что $x - 1 = -1$ , что невозможно т.к. $x - 1$ есть произведение натуральных чисел — цифр числа n.	
(2) Предположим что $n_k = 9$ , тогда $n + 1 : 10$ из чего следует, что произведение цифр числа $n + 1$ — будет равно нулю. Из этого следует, что	

Задание 9

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

M-11-23-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

$y - 1 = -1$  что невозможно, т.к.  $y - 1$  является произведением цифр натурального числа  $m$ .

(3) Также предположим, что  $x = 1$ . Такое возможно только когда все  $n_i$  равны единице. Исходя из этого, число  $y$  будет равно двум. Исходя из этого  $m_1 \cdot \dots \cdot m_k = y - 1 = 1 \Rightarrow$  все  $m_j$  равны 1 где  $j \in [1; k]$

$\Rightarrow m_1 \cdot \dots \cdot (m_k + 1) = 2$ , что неверно, т.к.

$m_1 \cdot \dots \cdot (m_k + 1) = x - 1 = 0 \Rightarrow x \neq 1$

Исходя из неверности всех наших предположений выпишем систему:

Расс-им  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} n_i \in [1; 9] \\ n_k \in [1; 8] \\ x > 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = n_1 \cdot \dots \cdot n_k \\ y = n_1 \cdot \dots \cdot (n_k + 1) \end{cases} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{n_k + 1}{n_k} \Big|_{\substack{\cdot x \\ \neq 0}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{n_k x + x}{n_k}$$

Теперь расс-им число  $m$

$$m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k = y - 1 = \frac{n_k x + x}{n_k} - 1 = \frac{n_k x + x - n_k}{n_k} = \frac{n_k(x-1) + x}{n_k}$$

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

M-11-23-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

$m_q \neq 9$  т.к. иначе произведение цифр  $m+1$  будет равно нулю, а это невозможно т.к.  $x-1 > 0$

$$\begin{cases} m_1 \cdot \dots \cdot m_q = \frac{n_k(x-1) + x}{n_k} \\ m_1 \cdot \dots \cdot (m_q + 1) = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{m_q}{m_q + 1} = \frac{n_k(x-1) + x}{n_k(x-1)} =$$

$$= 1 + \frac{x}{n_k(x-1)}; \quad \frac{x}{n_k(x-1)} > 0 \quad \text{т.к.} \quad x > 1, \quad n_k \in [1; 8]$$

$$\Rightarrow \frac{m_q}{m_q + 1} > 1 \quad \text{или} \quad | \cdot (m_q + 1) > 0$$

$$m_q > m_q + 1 \quad \Rightarrow \quad 0 > 1, \quad \text{что невозможно}$$

Следовательно, такая ситуация невозможна для любых натуральных чисел  $n$  и  $m$ .

Ответ: нет, не может.

✗

8 (−)  
10 (−)