

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">Е</td><td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">И</td><td style="width: 10%;">К</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А					КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">1</td><td style="width: 50%;">1</td> </tr> </table>	1	1
М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А										
1	1																		
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">1</td><td style="width: 10%;">1</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">1</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	-	1	1	-	2	-	1										
М	-	1	1	-	2	-	1												

### ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР №

1
---

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
критерии оценивания	7	7	7	7	7						
баллы	7	7	7	0	0						
подписи членов жюри											

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

M-11-2-1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№1

Ответ: Да, конечно

Пример: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20

$$5, 10, 20 : 5$$

$$4, 8, 12, 20 : 4$$

$$\text{Сумма } 1+2+3+4+5+6+8+10+12+20 = 71 < 75.$$

№2

Курс или многочлен имеет вид  $P(x) = ax^2 + bx + c$ , тогда выберем  $a, b, c$  — рациональные числа, тогда имеем

$$a+b+c = \frac{-b}{a}$$

Заметим, что тогда  $b+c$  симметричны  $a$ , относительно оси симметрии параболы, т.е.  $\frac{a+b+c}{2} = \frac{-b}{2a}$

(в случае, если между точками  $a$  и  $b+c$  находится ось симметрии), но тогда действительно верно, что

$$P(b+c) = P(a), \text{ для остальных значений } b \text{ — аналогично,}$$

т.е.  $a-(b+c) = (a+b)+c = (a+c)+b$ . Конечно, можно выбрать

$$a = \frac{b}{3a} + k; \quad b = \frac{-b}{3a} = k; \quad c = \frac{b}{3a}, \text{ где } k = 1$$

+



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

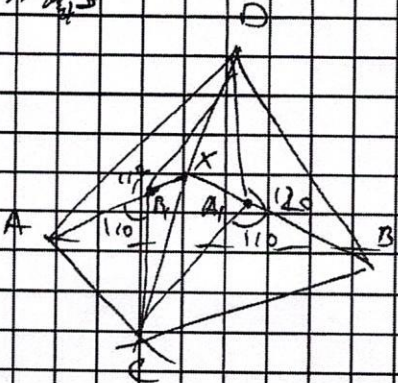
11

ШИФР

M-11-2-1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

3



1) Заметим, что т.к.  $AA_1 \perp BB_1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$ , что  $AB_1 \perp DC = BA_1 \perp DC = \angle X$ ,  
 т.к. ищете плоскость перпендикулярна и  
 пересекающаяся линиями  $AA_1$  и  $BB_1$ ,  
 пересечем прямую  $DC$  по крайней  
 мере в 2 точках, что возможно только

если  $DC$  в ней лежит, что очевидно не так, т.к.  $D \notin$   
 этой плоскости. Заметим, тогда, что  $\angle DAX = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ , и

т.к.  $\angle DA_1C = 120^\circ \Rightarrow A, X$  - биссектриса  $\triangle DA_1C$ ,  
 аналогично и  $B, X$  - биссектриса  $\triangle DB_1C$ , более того

это значит, что  $\frac{A_1C}{B_1D} = \frac{CX}{XD} = \frac{A_1C}{A_1D}$  по т.к.  $\angle DA_1C =$

$= \angle DBC = 120^\circ$ , что  $\triangle B_1DC \sim \triangle A_1DC$ . Отсюда  $DC$  -  
 их общая биссектриса  $\Rightarrow \triangle B_1DC = \triangle A_1DC$ , тогда и

высоки из соответствующих углов равны, а это  
 значит, что точки  $A$  и  $B$  равноудалены от  $DC$

7

4-  
5-



ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">Е</td><td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">И</td><td style="width: 10%;">К</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А					КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> </table>		
М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А										
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">1</td><td style="width: 10%;">1</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	-	1	1	-	2	-	2										
М	-	1	1	-	2	-	2												

### ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР №

2
---

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
критерии оценивания						7	7	7	7	7	
баллы						7	7	7	1	-	22
подписи членов жюри											



ПРЕДМЕТ	М А Т Е М А Т И К А	КЛАСС	11
ШИФР	М - 11 - 2 - 2		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

76

№1

Если  $a_n - a_k \geq n^2 - k^2 \Rightarrow a_k - a_n \leq k^2 - n^2$ , тогда  
 если ~~для~~ ~~каждого~~  $n \in \mathbb{N}$  для  $a_n$  верно, что  $a_n - a_{1011} \geq n^2 - 1011^2$ ,  
 но также  $a_n - a_{1011} \leq n^2 - 1011^2 \Rightarrow a_n = n^2 - 1011^2$  для всех  
 $n \rightarrow a_{2022} = 2022^2 - 1011^2 =$

№2 Дано: Нет.

Пусть при разбиении 1 в обоих случаях переноса  
 через десятков не было, тогда  $x = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k$ ;  $y = a_1 \cdot \dots \cdot (a_{k+1})$ ,  
 $x < y$  (если нет нулей, а их нет, т.к. иначе  $x-1, y-1 < 0$ ,  
 а этого не можем добиться), с учетом симметрии  
 $y-1 = b_1 \cdot \dots \cdot b_k$ ,  $x-1 = b_1 \cdot \dots \cdot (b_{k+1}) \Rightarrow x-1 \geq y-1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x \geq y$ ,  $x < y$  — противоречие. Как было сказано ранее  
 при  $n+1$  не было переноса через десятков, т.к. иначе  $y=0$ ,  
 а значит должно быть перенос через десятков в  $n+1$ , но  
 тогда  $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow m = 111 \dots 1$  ~~или~~ ~~еще~~,  
 значит  $n+1 = 11 \dots 2 \Rightarrow y=2$ , но тогда  $m = 11 \dots 2 \dots 11$  (m просто  
 это то есть 1 единица — старшая единица), но тогда  $n+1$  не  
 будет переноса через десятков — противоречие  $\Rightarrow$  все не можем добиться.

m просто  
досто  
состо  
это

76



ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	11
ШИФР	M-11-2-2		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

28

№3 Задача:  $k = 50$

Фракция, чисель  $k < 50$ , может быть и разложить  
 Фракция с числами  $100, 1, 100-k, 100-2k$ . Почему именно эти числа?

Начиная с самой худшей фракции будем согласно условию,  
 если поместим фракции на позицию  
 $100$  и  $1$  (там где в начале стояло  $100$  и  $1$ ),  
 будем извлекать это «переложом».

Будем выделять пары соседних и вынимаем  
 фракции извлекаем их по порядку из по крайней  
 стороны с 1 позицией. В начале у нас  $100-2k, 100-k, 100,$

и по порядку все хотим  $100, 1, 100-2k, 100-k$ , фракции,  
 это или  $100$  или  $1$  образует «переложом», т.е. по крайней

стороне не могут. В каком случае будем считать что  
 «переложом»  $100$ , иначе надо рассмотреть фракции  $100, 1, 100-k, 100-2k$

аналогичным образом. Рассмотрим тот момент когда  
 $100$  «переложом» в этот момент на 1 позицию была фракция со

значением  $100-k$  или более, очевидно заметили, что она образует  
 «переложом» в т.ч. момент не может помещаться с 1 в силу

$k < 50$ . Значит выдвигая фракцию с наименьшим  $\neq 100-k$ ,

+28 по крит. (1)?



ПРЕДМЕТ	М А Т Е М А Т И К А	КЛАСС	11
ШИФР	М - 1 1 - 2 - 2		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.  
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Имеем, что  $100$  поменялась с  $100$ -ой цифрой  
 «переносе», однако  $100$  не может быть  $100$ ,  
 или она не может быть  $100$   $\geq 1+k$ , а значит после  
 первого переноса  $100$  в этой позиции между  
 $100$  и  $100$  будет  $100$  с  $100$ -ой цифрой  $100$   
 $100$ ,  $100$ -ой позицией  $100$  будет  $100$  с  $100$ -ой цифрой  
 $\leq 1+k$ , с которой она не могла поменяться, а значит  
 она всегда  $100$  с  $100$ -ой цифрой  $100$  не сможет  
 сделать «перенос», однако она может быть  $100$ .  
 Пример цифр  $k=50$ : Выбираем  $100$  с  $100$ -ой цифрой  
 $50$  и будем менять ее местами с теми  $100$ -ами  
 против часовой (любая  $100$   $\leq 50$ ), заметим, что  
 все  $100$  действительно сдвигаются на  $1$  позицию  
 против часовой.

Пример  
+25



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

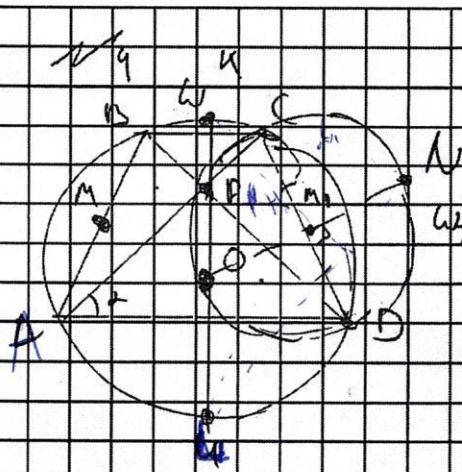
КЛАСС

11

ШИФР

M-11-2-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.



1) Заметим, что из симметрии  $KPO_1$  — прямая симметрия  $NO$  — высотной прямой

( $\cdot$ )  $O$  — центр  $\omega$ .

2) Пусть  $\sphericalangle CAD = 2\alpha \Rightarrow \sphericalangle CBA = \alpha$

из симметрии  $\Rightarrow \sphericalangle CPD = 2\alpha$ ,

как вписанный, но  $\sphericalangle COD = 2\alpha$ , т.к.  $\sphericalangle CAD = 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow$  ( $\cdot$ )  $O \in \omega_2$ ;  $\Rightarrow$  т.к.  $CO = OD$ , а  $N$  — середина дуги  $\rightarrow NO \perp CD$ ,  $NO \cap CD = (M)$ ,  $CM_1 = M_1D$ .

Заметим, что  $NO$  — диаметр окружности  $\omega$ , т.к.  $NO$  — диаметр (с серединой хорды  $BC$  проходит через центр окружности), а также все окружности симметричны.  $\sphericalangle KML = \sphericalangle KML$

3) Тогда рассмотрим перпендикулярное построение:

(5 шаг)  $L_1, K_1$  — проекции  $L, K$  на  $KN$ , как показано

т.к.  $K_1$  — проекция  $\Rightarrow L_1, K_1 \in \omega$ ,  $\Rightarrow$   $KN$  — диаметр

Заметим, что  $KN$  — диаметр  $\Rightarrow$   $\sphericalangle KNL = 90^\circ$  — диаметр

$\triangle KNL$  — равнобедренный, т.к.  $KN = NL$



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

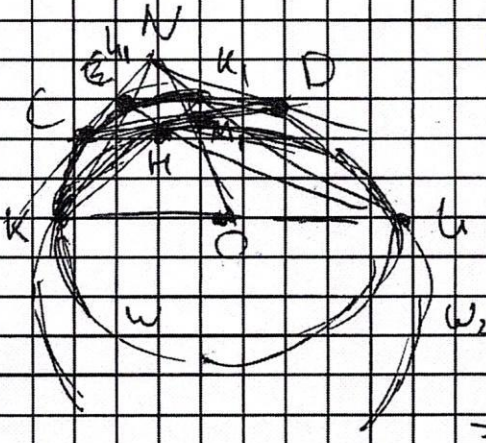
КЛАСС

11

ШИФР

M-11-2-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.



$\angle KNL = \angle KML$  (circled in blue)

Это искомый угол  
 CD касается  $\omega_2$   
 касается?  
 делит хорду, а это  
 значит, что  $M \in \omega_2$

надо доказать  
 $\omega_2$   
 касается?

$\Rightarrow \angle KNL = \angle KML \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KML \neq \angle KNL = 180$  ( $\angle K, L, N, K_1 + \angle L, K, K_1 = 180$ . УТБ)

кто такая?  
 $\omega_2$

78

