

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">М</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">А</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">Т</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">Е</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">М</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">А</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">Т</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">И</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">К</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">А</td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А					КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	1	1
М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А										
1	1																		
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">М</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">-</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">-</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">-</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> </table>	М	-	1	1	-	1	-	1										
М	-	1	1	-	1	-	1												

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР №

1

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
критерии оценивания	7	7	7	7	7						
баллы	7	7	-	0	0						
подписи членов жюри											

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА

КЛАСС 11

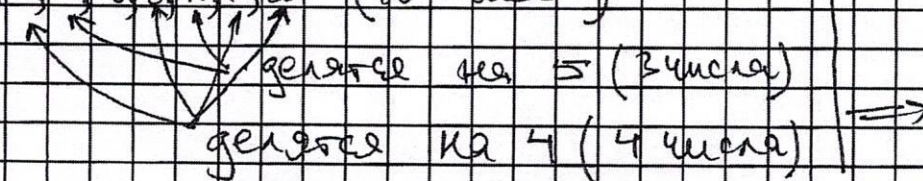
ШИФР М - 11 - 1 - 1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

101

Рассмотрим набор из 10 натуральных чисел:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20 (10 чисел)



⇒ Если подходит под условие; найдем сумму:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 + 12 + 20 = 41 < 45$$

Ответ: может, например, для набора: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20 + 45

102

Пусть $P(x) = qx^2 + px + r$, где $q \neq 0$, тогда: для

чисел $a=0, b=1, c = \frac{p-q}{q}$

$$P(a+b) = P(1) = p+q+r$$

$$P(b) = P(1) = p+q+r$$

$$P(a+c) = P\left(\frac{p-q}{q}\right) = q\left(\frac{p-q}{q}\right)^2 + p\left(\frac{p-q}{q}\right) + r = p+q+r$$

$$P(c) = P\left(\frac{p-q}{q}\right) = p+q+r$$

$$P(b+c) = P\left(\frac{p}{q}\right) = q\left(\frac{p}{q}\right)^2 + p\left(\frac{p}{q}\right) + r = r$$

$$P(a) = P(0) = r, \text{ тогда}$$

$$P(a+b) = p+q+r = P(c)$$

$$P(b+c) = r = P(a)$$

$$P(a+c) = p+q+r = P(b)$$

⇒ что, заметим, что

также такие значения существуют, т.к. $q \neq 0$, но числа в них могут повторяться рассмотрим, когда это возможно

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

М-11-1-1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№2 продолжите

$$\frac{P-a}{a} = 1 \Rightarrow P-a=a \Rightarrow P=2a \quad (1)$$

$$\frac{P-b}{b} = 0 \Rightarrow P-b=0 \Rightarrow P=b \quad (2)$$

(1) пусть $P(x) = ax^2 - 2ax + r$ где кого будем использовать кадр: $a=0, b=3, c=-1$, проверим его:

$$P(a) = P(0) = r$$

$$P(b) = P(3) = 9a - 6a + r = 3a + r$$

$$P(c) = P(-1) = a + 2a + r = 3a + r$$

$$P(a+b) = P(3) = 3a + r$$

$$P(b+c) = P(2) = 4a - 4a + r = r$$

$$P(a+c) = P(-1) = 3a + r$$

$$P(a+b) = 3a + r = P(c)$$

$$P(b+c) = r = P(a) \quad | \Rightarrow \text{ЧТД}$$

$$P(a+c) = 3a + r = P(b)$$

(2) пусть $P(x) = ax^2 - ax + r$ где кого будем использовать кадр: $a=0, b=2, c=-1$, проверим его:

$$P(a) = P(0) = r$$

$$P(b) = P(2) = 4a - 2a + r = 2a + r$$

$$P(c) = P(-1) = a + a + r = 2a + r$$

$$P(a+c) = P(-1) = 2a + r$$

$$P(a+b) = P(2) = 2a + r$$

$$P(b+c) = P(1) = a - a + r = r$$

$$P(a+b) = 2a + r = P(c)$$

$$P(b+c) = r = P(a) \quad | \Rightarrow \text{ЧТД}$$

$$P(a+c) = 2a + r = P(b)$$

Таких образом, для любого вида квадратного трехчлена такой кадр существует — ЧТД

+ 75 ТП

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

М - 11 - 1 - 1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

114

1) Докажем, что в компании нет человека, который дружит со всеми. (если кол-во людей > 101)

1.1) От обратного — пусть человек есть, тогда т.к. людей > 101 все дружит между 101 человек (не исключая себя этого человека) — кадр B

1.2) Тогда заметим, что в этом кадре выполняется условие на нечетность.

1.3) В кадре точно существует человек, который дружит с некоторым количеством людей внутри кадра B и сам в нем находится (цена самая будет четной)

1.4) Тогда удалим этого человека из кадра B — это сумма пар станет четной, но тогда добавив в кадр B человека, который дружит со всеми людьми кадра, в котором сумма была четной (исходя из доп. условия) $+100$, т.к. \rightarrow четный человек знаком со всеми, $+60$ это четное число — противоречие

2) Докажем, что в компании не существует человека, который знаком со всеми и еще есть

~~2.1) Возьмем кадр A , который содержит все 101 человека, включая того, который дружит со всеми и еще~~

~~2.2) Возьмем кадр A , который содержит все 101 человека, включая того, который дружит со всеми и еще~~

1

5-

3-

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">М</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">А</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">Т</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">Е</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">М</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">А</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">Т</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">и</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">К</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">А</td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	и	К	А											КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center; color: red;">1</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center; color: red;">1</td> </tr> </table>	1	1
М	А	Т	Е	М	А	Т	и	К	А																
1	1																								
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">М</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">-</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">-</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">-</td> <td style="width: 20px; height: 25px; text-align: center;">2</td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> <td style="width: 20px; height: 25px;"></td> </tr> </table>	М	-	1	1	-	1	-	2																
М	-	1	1	-	1	-	2																		

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР № 2

Заполняется членами жюри
 Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
критерии оценивания						7	7	7	7	7	
баллы						7	7	4	-	-	
подписи членов жюри											

ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА							КЛАСС	11
ШИФР	M-11-1-2								

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

11)

1) пусть $n = 2022, a, k = 1011$, тогда:

$$a_{2022} - a_{1011} \geq 2022^3 - 1011^3 = 1011(2022^2 + 2022 \cdot 1011 + 1011^2)$$

2) пусть $n = 1011, a, k = 2022$, тогда:

$$a_{1011} - a_{2022} \geq 1011^3 - 2022^3 = (-1011)(2022^2 + 2022 \cdot 1011 + 1011^2)$$

и

$$a_{1011} - a_{2022} = -(a_{2022} - a_{1011}) \geq 1011(2022^2 + 2022 \cdot 1011 + 1011^2)$$

$$a_{2022} - a_{1011} \leq (-1011)(2022^2 + 2022 \cdot 1011 + 1011^2)$$

тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{2022} - 0 = a_{2022} \geq 1011(2022^2 + 2022 \cdot 1011 + 1011^2) \\ a_{2022} - 0 = a_{2022} \leq (-1011)(2022^2 + 2022 \cdot 1011 + 1011^2) \end{array} \right. \Rightarrow$$

$\Rightarrow a_{2022} = 1011(2022^2 + 2022 \cdot 1011 + 1011^2)$

$$= 1011(4 \cdot 1011^2 + 2 \cdot 1011^2 + 1011^2) = 7 \cdot 1011^3$$

$\begin{matrix} 2022 & 2022 \\ 2022 & 1011 \\ 4044 & 2022 \\ 4044 & 2022 \\ \hline 4088 & 4044 \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 1011 & 10 \\ 1011 & 1011 \\ 1011 & 1022121 \\ 011 & 1022121 \\ 0 & 1022121 \\ 1011 & 0 \\ \hline 1022121 & \\ \hline 1033364331 \end{matrix}$

$\begin{matrix} 1011 & 10 & 1022121 & & 1033364331 \\ 1011 & & 1011 & & \\ 1011 & & 1022121 & & 4233550314 \\ 011 & & 1022121 & & \\ 0 & & 1022121 & & \\ 1011 & & 0 & & \\ \hline 1022121 & & 1022121 & & \\ \hline 1033364331 & & & & \end{matrix}$

Ответ: $a_{2022} = 7 \cdot 1011^3 = 4233550314$

Задача 9

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

M-11-1-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

12

Пусть $P(n)$ — функция угадывание цифр числа n , тогда

$$P(n) = x$$

$$P(n+1) = y$$

1) Рассмотрим числа n и $n+1$: есть 2 варианта:

1.1) $n \rightarrow n+1$ — есть переход через разряд, но тогда $P(n+1) = y = 0$, тогда $P(n) = 1$ — невозможно +

1.2) нет перехода через разряд; тогда:

$$y = x \cdot \frac{a+1}{a}, \text{ где } a \text{ — последняя цифра числа } n \text{ (} n \text{ mod } 10)$$

2) Пусть вопрос в условии возможен, тогда есть 2 варианта:

2.1) $n \rightarrow n+1$ — есть переход через разряд, тогда

$$P(n+1) = x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ + тогда } y = 2 \text{ (очевидно, т.к.}$$

$P(k) = 1$ только если $k = 111 \dots 1$, тогда $k+1 = 111 \dots 12 \rightarrow P(k+1) = 2$, тогда $n = 111 \dots 1$, т.к. $P(n) = y-1 = 1$ но тогда $P(n+1) = 2 \neq 0$ +

2.2) нет перехода через разряд, тогда

$$x-1 = \frac{y-1}{a} \cdot \frac{b+1}{b}, \text{ где } b \text{ — последняя цифра числа } n+1$$

3) Заметим, что $a, b \neq 0$, т.к. если

3.1) $a=0$, то $x=0$, тогда $P(n+1) = x-1 = 0$ — +

3.2) $b=0$, то $y-1=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=0$ и $n+1 = 111 \dots 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow P(n) = x = 0 \Rightarrow P(n+1) = 1 \text{ — +}$$

$$y = x + \frac{x}{a} \Rightarrow \frac{xa + x - ya}{a} = 0 \Rightarrow a(x-y) + x = 0 \Rightarrow a = \frac{-x}{x-y}$$

$$(x-1) = \frac{ya-1}{a} + \frac{y-1}{b} \Rightarrow \frac{yb + y - 1 - bx}{b} = 0 \Rightarrow b(y-x) + y - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = \frac{y-1}{y-x} \text{ (очевидно, что } y \neq 1, 2) \Rightarrow x \neq y \text{ +}$$

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

M-11-1-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

12) (продолжение)

$$\begin{cases} a = \frac{x}{x-y}, \text{ т.к. } a \neq 0, a > 0, \text{ то } x-y < 0 \Rightarrow x < y \\ b = \frac{y}{y-x}, \text{ т.к. } b \neq 0, b > 0, \text{ то } y-x < 0 \Rightarrow x > y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < y \\ y < x \end{cases} \Rightarrow \text{невозможно}$$

Ответ: нет.

70-

28

13)

1) Предположим, что возможно при $K < 50$, тогда разобьем все фишки на две группы: A , которые могут взаимодействовать с фишкой с числом 100 и B , которые могут взаимодействовать с фишкой с числом 1.

2) Заметим, что при $K < 50$ для этих групп выполняются некоторые условия:

2.1) Ни одна фишка из B не может взаимодействовать с фишкой с числом 100 и ни одна фишка из A не может взаимодействовать с фишкой 1 (т.е. не пересекаются мажорант A и B) — это очевидно, т.к. с фишкой 100 могут взаимодействовать $[100-K, 100]$, а с фишкой 1 — $[1, K+1]$, если $K=49$, то уже $[1; 50], [51; 100]$ — при увеличении K уменьшаются K групп увеличивается.

3) Докажем, что в таком случае фишка 100 никогда не встанет на позицию, где в начале стояла 1 (от обратного).

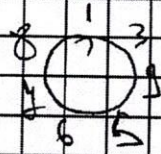
3.1) Рассмотрим K оз, который начался 100 на позицию, где стояла 1, будем представлять поле так: 1 эжмент всегда расположенные фишки с числом 1, а все последующие идут по часовой стрелке, то есть:

ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	11
ШИФР	M-11-1-2		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

1) 3) изобразите

две круговых расстановки
выглядеть: 1 3 3 5 6 4 8



каша будет

3.2) Рассмотрим позицию до указанного хода:

3.2.1) 1 ... \boxed{A} 100 ...

поле, где в начале стояла 1, следовательно, что там стоит число из набора A, иначе на этом ходу поставит туда 100 невозможно.

3.2.2) Заметим, что фишка 100 стоит именно справа от места, где стояла 1, т.к. если она стояла слева, то либо это не первая такая ход, либо фишка 100 прошла через край нашего поля и, соответственно через 1, что невозможно - 1 (либо наоборот 1 прошла через 100, что аналогично)

3.3) Рассмотрим как ход, когда именно это число из набора A встало на место, где стояла единица, если теперь на этом месте стоит еще фишка из набора A, то поставим эту операцию на ход B. Конце кодов мы идем и следующей позицией:

1 ... \boxed{A} \boxed{A} ... 100 ... (либо) $\boxed{1}$ A ... 100 ...

Заметим, что фишка из набора A находится именно справа, относительно \boxed{A} (места, где стояла единица), т.к. иначе это либо не первая вхождение, либо эта фишка прошла через край поля, но тогда она прошла через фишку \boxed{A} - $k-k+1$, где k - значение этой фишки, но такой ход невозможен по условию.

3.4) Тогда когда производится ход будет позиция:

1 ... \boxed{A} B ... 100 (либо) 1 ... 100 ... \boxed{A}

ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	11
ШИФР	M-11-1-2		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

13) второго ящика 2

3.6. Рассмотрим полученный расстановки

3.6.1) $1 \dots A \dots 100 \dots$

Заметим, что у нас получилось две области: между 1 и A и между A и 100. Заметим, что если $\lfloor A \rfloor$ является соседом A справа, то получим группу фишек кадыра B, которые получают аналогично по 3.3) ему обязательно придется пройти по каждой из этих фишек кадыра B, что невозможно. Это верно, т.к. 1 не может пройти за A по 2.1) и за 100 по 2.1)

3.6.2) $1 \dots 100 \dots A$

Рассмотрим ситуацию, которая привела нас сюда:

$\lfloor A \dots 100 \dots$, заметим, что A не может добраться к 1 \Rightarrow эта позиция невозможна

4) Таким образом при $k < 50$ даже фишка 100 не сможет пройти на свое место \Rightarrow \downarrow

приме +25.

5) Приведем пример для $k = 50$

?
48

5.1) Возьмем ~~кадыра~~ фишку с числом 50 и проведем ее к 1 в сторону уменьшения, то есть:

$\lfloor \dots 49 \ 50 \ 51 \dots 100 \Rightarrow \lfloor \dots 50 \ 1 \ 2 \ 3 \dots 49 \ 51 \dots 100$

5.2) Теперь перейдем через край поля и заметим фишки с числом 100 ($100 - 50 = 50 \leq 50$) и продолжим, пока не заметим фишки с числом 51 — мы получили необходимую расстановку

Ответ: $\lfloor \min(k) = 50$