

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">М</td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Т</td><td style="text-align: center;">Е</td><td style="text-align: center;">М</td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Т</td><td style="text-align: center;">И</td><td style="text-align: center;">К</td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А							КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td> </tr> </table>	1	1
М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А												
1	1																				
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">М</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td><td style="text-align: center;"> </td> </tr> </table>	М	-	1	1	-	2	2	-	1											
М	-	1	1	-	2	2	-	1													

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР №

1

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО	
критерии оценивания	7	7	7	7	7							
баллы	7	7	—	0	0							
подписи членов жюри	Ж Ж	Ж Ж	Ж Ж	Ж	Ж							

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

M-11-22-1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№ 2

Пусть функция $P(x)$ представлена как:

$$P(x) = px^2 + qx + r;$$

Пусть $P(b+c) = P(a)$

$$p(b+c)^2 + q(b+c) + r = pa^2 + qa + r$$

$$p(a^2 - (b+c)^2) = q(b+c-a)$$

$$p(a-b-c)(a+b+c) = -q(a-b-c)$$

$$\frac{-q}{p} = a+b+c, \text{ тогда } a+c = -\left(b + \frac{q}{p}\right)$$

Допустим, что $P(a+c) = P(b)$.

$$\begin{aligned} P(a+c) &= P\left(-\left(b + \frac{q}{p}\right)\right) = p\left(b + \frac{q}{p}\right)^2 - q\left(b + \frac{q}{p}\right) + r = \\ &= pb^2 + 2bq + \frac{q^2}{p} - qb - \frac{q^2}{p} + r = pb^2 + qb + r = P(b), \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

Докажем, что $P(a+b) = P(c)$

$$\Rightarrow P(b+c) = P(a), P(c+a) = P(b), P(a+b) = P(c), \text{ при}$$

$$P(b+c) = P(a) \Leftrightarrow a+b+c = -\frac{q}{p} \Rightarrow \text{всегда есть}$$

попарно различные числа a, b, c , удовлетворяющие условию

№ 1

Допустим, что между соседними из 3-х произвольных чисел

и из 7-ми:

- среди любых 3 величин на 5, но не делится на 4; 5; 10; 15

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

M - 11 - 22 - 1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

- среди которых 4 делится на 4, но не делится на 5: 4, 8, 16, 12
 Тогда остальные 3 - наименьшие натуральные числа: 1, 2, 3
 Итого: сумма равна 76 \neq 75
 Допустим, что одно из чисел делится и на 5, и на 4: 20.
 Опять же, что $16 + 15 > 20$ - наибольшее строим предельно
 мы числа из ранее подобранного ряда в сумме значительно
 превосходят число 20.
 Тогда для остальных числа:
 : 4: 4, 8, 12 (+20)
 : 5: 5, 10 (+20)
 И наименьшие числа: 1, 2, 3, 6.
 Итого: сумма равна 71 $<$ 75
 Ответ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20 **78.** \neq

№5.
 $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + xz} \neq 2$
 $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + xz} = 2 \Rightarrow 2xy + 2yz + 2xz \parallel 2$
 $(x+y+z)^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2)$

Число $\frac{(x+y+z)^2}{x^2 + y^2 + z^2}$
 знаем, $\frac{(x+y+z)^2}{x^2 + y^2 + z^2} \neq 2$
 \Rightarrow наибольшее количество
 точек равно 0

Ⓞ

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">Е</td><td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">И</td><td style="width: 10%;">К</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А					КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">1</td><td style="width: 50%;">1</td> </tr> </table>	1	1
М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А										
1	1																		
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">1</td><td style="width: 10%;">1</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	-	1	1	-	2	2	-	2									
М	-	1	1	-	2	2	-	2											

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР № 2

Заполняется членами жюри
 Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
критерии оценивания						7	7	7	7	7	
баллы						7	7	2	-	0	
подписи членов жюри						 	 	 			

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА

КЛАСС 11

ШИФР М-11-22-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

707

Предположим, что такие числа m и $m+1$ существуют.

Рассмотрим числа n и $n+1$:

и.к. $x-1$ и $y-1$ — ~~цифры~~ произвольная цифра в числе,
то $x-1$ и $y-1 \geq 0$.

$$\Rightarrow x \text{ и } y > 0.$$

\Rightarrow в числе n и $n+1$ нет цифр 0. +

\Rightarrow последняя цифра в числе $n \in \{1; 9\}$

Заведём $y \geq x$ (если $n = \overline{ab}$, то $x = a \cdot b$, тогда $n+1 = \overline{a(b+1)}$)

$$y = a(b+1) = ab + a, \text{ где } a > 0 \text{ (все цифры } \neq 0)$$

Рассмотрим числа m и $m+1$:

$$\parallel \text{ цифра в } m+1 = x-1, \text{ в } m = y-1$$

$$\Rightarrow \parallel \text{ цифра в } m \geq \parallel \text{ цифра в } m+1 \text{ (} y \geq x)$$

Относительно разрядов существования, точек \forall возможно, если в $m+1$ — последняя цифра 0, тогда в $m = 9$.

$$\Rightarrow x-1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1. +$$

Вернёмся к числу n :

Задача 9

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

M-11-22-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Трёхзначное число равно 1, если все цифры - единицы.
 Тогда в числе $n+1$ - последние цифры 2, остальные - 1
 $= y = 2$

Вернёмся к числу n :

т.к. последняя цифра - 9, то

и цифра y задана ≥ 9 либо $= 0$, если в числе есть 0

Однако $y-1 = 1 < 9$

\Rightarrow в числе n есть нули. \Rightarrow Цифра $= 0$.

$y-1 = 1 > 0$

\Rightarrow число n не существует, тот же число $n+1$

\Rightarrow в числе n последние цифры $\notin [1; 8]$

\Rightarrow в числе n последние цифры не определены, то есть число n не существует

т.е. число n не существует

т.е. число n не существует

и не удовлетворяет

№6

+ 30 ТЛ

1) Допустим, что $n = 1011$, $k = 2022$

$$a_{1011} - a_{2022} \Rightarrow 1011 - 2022$$

$$a_{2022} \leq 2022 - 1011$$

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; height: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>																					КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; height: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>		
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;">M</td><td style="width: 10%; text-align: center;">-</td><td style="width: 10%; text-align: center;">1</td><td style="width: 10%; text-align: center;">1</td><td style="width: 10%; text-align: center;">-</td><td style="width: 10%; text-align: center;">2</td><td style="width: 10%; text-align: center;">2</td><td style="width: 10%; text-align: center;">-</td><td style="width: 10%; text-align: center;">2</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	M	-	1	1	-	2	2	-	2															
M	-	1	1	-	2	2	-	2																	

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

2) Допустим, что $n = 2022, k = 1011$

$$a_{2022} - a_{1011} \approx 2022^3 - 1011^3$$

$$a_{2022} \approx 2022^3 - 1011^3$$

3) $\begin{cases} a_{2022} \leq 2022^3 - 1011^3 \\ a_{2022} \geq 2022^3 - 1011^3 \end{cases} \Leftrightarrow a_{2022} = 2022^3 - 1011^3$

$$a_{2022} = 2022^3 - 1011^3 = (2022 - 1011)(2022^2 + 2022 \cdot 1011 + 1011^2)$$

$$= 1011 \cdot (4 + 2 + 1) = 7 \cdot 1011$$

Итого: $k = 7$

Рассмотрим свойства перестановки:

- выводится число, являющееся ближайшим целым к среднему арифметическому для чисел 1...100 (т.е. 50,5)
- при этом в каждой строке содержится число по кругу, чтобы число в строке для любого правостороннего, левого, или любого другого перестановки становилось числом. Это число итерационно, когда число в строке на предыдущем шаге.

Итого: $k = 50$.

Докажем, почему k не может быть меньше 50:

числа 1 и 100 располагаются рядом и являются крайними значениями. Поэтому, они являются соседними со-

ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	11
ШИФР	M-11-22-2		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

числ. делит. Олимпиадной задачи - 50 числ. 1

2

10 -