

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 20px;">М</td><td style="width: 20px;">А</td><td style="width: 20px;">Т</td><td style="width: 20px;">Е</td><td style="width: 20px;">М</td><td style="width: 20px;">А</td><td style="width: 20px;">Т</td><td style="width: 20px;">И</td><td style="width: 20px;">К</td><td style="width: 20px;">А</td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А									КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 20px;">0</td><td style="width: 20px;">9</td> </tr> </table>	0	9
М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А														
0	9																						
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 20px;">М</td><td style="width: 20px;">-</td><td style="width: 20px;">9</td><td style="width: 20px;">-</td><td style="width: 20px;">2</td><td style="width: 20px;">-</td><td style="width: 20px;">1</td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td> </tr> </table>	М	-	9	-	2	-	1															
М	-	9	-	2	-	1																	

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР №

1

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
критерии оценивания	7	7	7	7	7						
баллы	7	7	X	X	X						
подписи членов жюри	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>						

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

9

ШИФР

M - 9 - 2 - 1

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Задача 1

Ответ: да, можно.

Пример: числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20

На 4 делится 4, 8, 12, 20; на 5 делится 5, 10, 20

Сумма чисел $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 + 12 + 20 = 71$. $71 < 75$

Задача 2

Ответ: 6 чисел

Решение: Будем рассматривать найденные числа по модулю 3, чтобы использовать признак делимости на 3. Сначала посмотрим на остаток шифра, которую приписывают и найдем, при каком остатке у N число будет $\equiv 3$

шифра	остаток mod 3	N (неподходящее) по mod 3
1	1	2
2	2	1
3	0	0
4	1	2
5	2	1
6	0	0
7	1	2
8	2	1
9	0	0

Так как Петя приписал 9 различных ненулевых шифров, он по одному разу использовал каждую цифру от 1 до 9. у N неподходящего встречается какой-то из остатков при делении на 3. Значит, взять такой остаток, чтобы ни одно число не делилось на 3 нельзя. Заметим что более одной из 3 остатков (т.е. более одного с любым из остатков по модулю 3) ровно 3 числа оказываются $\equiv 3$ (если взять более одного, которое $\equiv 3$ и простое, т.е. число 3, получить нельзя, т.к. в числе, которое получилось есть множитель 3 шифра). Значит, простых чисел не более $9 - 3 = 6$.

Пример на 6: N = 1, простые числа 11, 13, 17, 19, 41, 61, составные 15, 21, 81

ПРЕДМЕТ	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">Е</td><td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;">Т</td><td style="width: 10%;">И</td><td style="width: 10%;">К</td><td style="width: 10%;">А</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А							КЛАСС	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%;">0</td><td style="width: 20%;">9</td> </tr> </table>	0	9
М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А												
0	9																				
ШИФР	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">М</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">9</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;">-</td><td style="width: 10%;">2</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>	М	-	9	-	2	-	2													
М	-	9	-	2	-	2															

ПРОТОКОЛ ПРОВЕРКИ

ТУР №

2

Заполняется членами жюри

Пометки участников не допускаются

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
критерии оценивания						7	7	7	7	7	
баллы						7	7	0	X		
подписи членов жюри						И.А.	И.А.	С.В.	С.В.	И.А.	

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

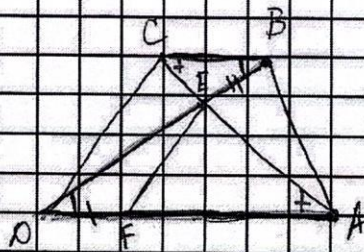
9

ШИФР

М-9-2-2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Задача 9.8



Доказательство:

$\triangle CBE \cong \triangle ADE$ по 2 углам (равенство углов $\angle BCE = \angle EAD$ и $\angle CBE = \angle EDA$ следует

из параллельности оснований трапеции)

$$\Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{BE}{DE}$$

Т.к. $CD \parallel EF$ по теореме Птолемея $\frac{CE}{AE} = \frac{DF}{AF}$

Получается, $\frac{CE}{AE} = \frac{BE}{DE} = \frac{DF}{AF}$. $BE = BD - DE$, $DF = AD - AF$

$$\frac{BE}{DE} = \frac{DF}{AF};$$

$$\frac{BD - DE}{DE} = \frac{AD - AF}{AF}$$

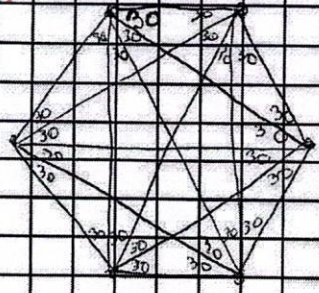
$$\frac{BD}{DE} - 1 = \frac{AD}{AF} - 1$$

$$\frac{BD}{DE} = \frac{AD}{AF}, \text{ но } BD = AD \Rightarrow \frac{1}{DE} = \frac{1}{AF} \Rightarrow DE = AF, \text{ но тогда}$$

$BD - DE = AD - AF = BE = DF$, это и требовалось доказать!

Задача 9.9

Пример для $N=6$: точки являются вершинами правильного 6-угольника



ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	9
ШИФР	М - 9 - 2 - 2		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Задача 9.7

Ответ: не обязательно

Пример, когда не получится:

Примеры:

1) Окружи рассматривай дамки как отрезки, вершинами которых являются центры клеток дамочки (те отрезки, которые проводим Пете и Все). т.к. по отрезку можно однозначно восстановить дамку.

2) две половинки ~~от~~ у каждого из Петиных дамочек должны стать частями разных дамочек у Все, т.к. в противном случае отрезок, соответствующий этой дамочке станет отрезком композиции связности (в случае, где центри дамочки вершинами проведенные лангсетскими отрезками), т.е. на клетке из клеток этой дамочки нельзя попасть в другие клетки.

Пусть Пете разбит квадрат на дамки вот такой "шахматной"

		1	2	3	4	5	6	7
конфигурацией:	1							
(смотри скетч)	2							
	3							
	4							
	5							
	6							
	7							
	...							

т.е. в шахматном порядке чередуются квадраты 2х2 с вертикальными и горизонтальными дамочками

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

9

ШИФР

М - 9 - 2 - 2

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Задача 9.7. Продолжение

Введем нумерацию строк и столбцов, чтобы называть отрезки по координатам их вершин; первая координата - номер столбца, вторая координата - номер строки.

Будем проводить те "Васини" отрезки, положение которых однозначна.

1) отрезок $(1;1), (2;1)$, т.к. в точке $(1;1)$ должна быть какая-то дамиковка, а $(1;1), (1;2)$ уже была и по прил. 2 её ставить уже нельзя.

(отрезки Васи проведены зеленым цветом)

2) отрезок $(1;2), (1;3)$, т.к. для точки $(1;2)$ только 2 варианта новой дамиковки, но при отрезке $(1;2), (2;2)$ находится отдельная "компонента связности" из её клеток, которая будет попасть к другим.

3) отрезок $(2;2), (3;2)$, т.к. для точки $(2;2)$ есть 2 варианта на прил. В отрезке $(2;2), (2;3)$ находится отдельная компонента связности из 6 клеток, с которых нельзя будет попасть на другие клетки.

Теперь рассмотрим точку $(3;1)$. Для неё осталась только один вариант дамиковки $(3;1), (4;1)$, но такую дамиковку нельзя поставить по прил. 2, т.к. её уже поставил Паша. Значит, при такой конфигурации у Васи не будет возможности сделать задуманное \Rightarrow у него не обязательно будет возможность также сделать.

Задача 9.6.

На число a_{2022} есть ограничение сверху, т.к. $a_{2022} - a_{1011} \geq 2022^3 - 1011^3$
 $a_{1011} = 0 \Rightarrow a_{2022} \geq 7233550317$