

10 класс

Второй день

10.6. На доске написаны три последовательных нечётных числа. Может ли сумма остатков от деления этих трёх чисел на 2022 равняться некоторому простому числу?

10.7. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle A = 2\angle B$. Биссектриса угла C пересекает сторону AB в точке E . Докажите, что $AD + AE = BE$.

10.8. На плоскости отмечены N точек. Любые три из них образуют треугольник, величины углов которого в градусах выражаются натуральными числами. При каком наибольшем N это возможно?

10.9. Имеется 100 фишек, на которых нанесены номера $1, 2, \dots, 100$. Фишки поместили в вершинах правильного 100-угольника так, что они оказались упорядочены в порядке возрастания при обходе вершин по часовой стрелке. За ход разрешается поменять местами некоторые две фишки, расположенные в соседних вершинах, при том условии, что номера этих фишек отличаются не более чем на k . При каком наименьшем k серией таких ходов можно добиться расположения, в котором каждая фишка сдвинута на одну позицию по часовой стрелке (по отношению к своему начальному положению)?

10.10. Докажите, что существует натуральное число b такое, что при любом натуральном $n > b$ сумма цифр числа $n!$ не меньше 10^{100} .