



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2019/20 гг.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
8 КЛАСС

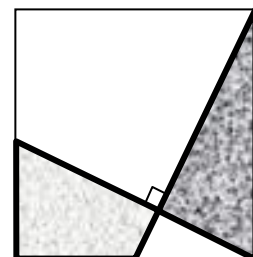
УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

*Написать только ответ — мало! Все ответы нужно объяснить
с помощью рассуждений или вычислений!*

1. Имеется запись $2^{\circ} \square 2^{\circ} \square 2^{\circ} \square 2^{\circ} = 2^{\circ} \square 2^{\circ} \square 2^{\circ}$. Вместо символов \circ расставьте числа от 1 до 7, а вместо символов \square — знаки арифметических действий умножения и деления (знаки обоих видов должны присутствовать) так, чтобы равенство стало верным.

2. Программист Коля, проживающий в городе **А**, решил купить ноутбук. Оказалось, что в соседнем городе **В** цена на него на 20% меньше, чем в городе **А**, но на дорогу туда и обратно придется потратить 1800 рублей. Коля посчитал, что при покупке в городе **В** он сможет сэкономить 15% от суммы, которую он потратил бы в своем городе **А**. Сколько рублей стоит ноутбук в городе **А**?

3. Дачнику предложили на выбор два участка земли, выделенных на плане серым и чёрным цветом, которые образовались внутри квадратного ограждения с помощью двух тропинок, расположенных под углом 90° . Дачник говорит, что хотел бы участок большей площади. Помогите ему их сравнить.



4. На координатной прямой отмечены четыре точки. Найдите все их возможные числовые значения, если сумма данных чисел равна 1000, а все попарные расстояния между ними равны 1, 5, 6, 7, 12 и 13.

5. На бал прибыло 11 гусар и 10 прелестных дам. По окончании бала каждого участника попросили назвать количество своих партнёров (партнёрш), с которыми они танцевали в паре, и получили следующие ответы: 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 8, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 3, 3, 3, 3, 3. Нет ли здесь ошибки? Обоснуйте свой ответ.

Время работы 2 часа 30 минут



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2019/20 гг.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
8 КЛАСС

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ

1. **Решение.** Например $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 : 2^1 = 2^7 \cdot 2^6 : 2^5$ (возможны и другие варианты)

Критерии проверки: Правильная расстановка – **7 баллов**; в остальных случаях – **0 баллов**.

2. **Ответ:** 36000 рублей.

Решение: Пусть x рублей стоит ноутбук в городе А, тогда $0,8x$ – цена в городе В. После покупки в городе В, Коля потратит $0,85x$. Значит, $0,8x + 1800 = 0,85x$. Откуда находим $x = 36000$ рублей.

Другое решение (без алгебры): Экономия в 20% от цены в городе А – это 1800 рублей плюс 15% от этой же цены (в городе А). Значит, расходы на дорогу 1800 рублей составляют 5% от цены ноутбука ($1/20$ часть). А сам ноутбук стоит $1800 \cdot 20 = 36000$.

Критерии проверки: Верное решение – **7 баллов**, правильно составлено уравнение, но ответ не правильный из-за арифметической ошибки – **5 баллов**, правильно составлено уравнение, но решение не закончено (либо показано, что 1800 руб – это 5% цены, но ответ не верный) – **3 балла**, решение не верное или только ответ – **0 баллов**.

3. **Ответ.** Любой. **Решение.** Заметим, что треугольники АВТ и СРТ равны как прямоугольные по катету и острому углу. Действительно, $РТ = АТ$ как стороны квадрата. $\angle CPT = 90^\circ - \angle BTP = \angle ATB$. Так как треугольники равны, значит равны их площади. Тогда равны площади выделенных участков:

$$S_{ABOC} = S_{ABT} - S_{COT} = S_{CPT} - S_{COT} = S_{POT}.$$

Критерии проверки: Верное решение – **7 баллов**; если ответ верный, но решение недостаточно обосновано – **5 баллов**; за доказательство равенства треугольников АВТ и СРТ – **2 балла**; за верный ответ без обоснований – **0 баллов**.

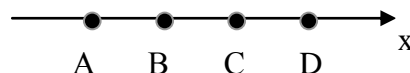
4. **Ответ.** 242, 249, 254, 255 или 245, 246, 251, 258.

Решение. На координатной прямой данные точки обозначим буквами, причём $A < B < C < D$. Самое большое расстояние равно 13 – это расстояние между крайними точками, то есть $AD = 13$. Значит, $AC = 12$ или $BD = 12$.

Пусть $AC = 12$, тогда $CD = 1$. $AC = 12 = AB + BC = 5 + 7$. $AB \neq 5$, так как тогда $BD = 8$, чего не может быть по условию.

Значит, $AB = 7$, $BC = 5$. Пусть $A = x$, тогда $B = x + 7$, $C = x + 12$,

$D = x + 13$. $A + B + C + D = 4x + 32 = 1000$. Следовательно, $x = 242$. Тогда, $A = 242$, $B = 249$, $C = 254$, $D = 255$.





ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2019/20 гг.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
8 КЛАСС

Пусть $BD=12$, тогда $AB=AD-BD=1$. $BD=12=BC+CD=5+7$, причём $BC \neq 7$. Тогда, $BC=5$, $CD=7$. Пусть $A=x$, тогда $B=x+1$, $C=x+6$, $D=x+13$. $A+B+C+D=4x+20=1000$. $x=245$. Следовательно, $A=245$, $B=246$, $C=251$, $D=258$.

Критерии проверки: Верное решение (решение школьника может отличаться от предложенного) – **7 баллов**; получен ответ неверный из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - **5 баллов**; за рассмотрение только одного случая – **3 балла**; за верный ответ без обоснований – **1 балл**; в остальных случаях - **0 баллов**.

5. Ответ. Ошибка есть.

Решение. Сумма чисел, названных всеми дамами, должна равняться сумме чисел, названных всеми гусарами. Действительно, обе суммы должны равняться количеству пар, образовавшихся во время конкурса. Так как сумма всех названных чисел равна 134, то каждая из сумм чисел, названных дамами и гусарами в отдельности, должна равняться 67. Пусть число 8 назвал гусар. Тогда сумма чисел, названных дамами, кратна 3 и, значит, не равна 67. Получается, что кто-то ошибся.

Критерии проверки: Верное решение – **7 баллов**; если ответ верный, но решение недостаточно обосновано – **5 баллов**; за идею о том, что количество партнёров и партнёрш должно совпадать – **2 балла**; верный ответ без обоснований – **0 баллов**.